
М. Ю. РОМАШКА
РАЗВИВАЮЩАЯ ФИЗИКА
7 класс
h
?
учебник и сборник интересных задач в одной книге!
задачи всех уровней сложности - от простых до олимпиадных

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для чего написана эта книга?

Физика занимает важное место среди школьных предметов. Она изучает наиболее общие законы, по которым существует наш мир. Однако, изучить физику – это значит не только понять физические законы, но и уметь применять их на практике. Всякое применение законов физики для решения какого-нибудь конкретного вопроса – это решение физической задачи.

Эта книга поможет вам овладеть важным умением – *умением решать задачи*. Это умение пригодится представителям самых разных профессий. Даже если ваша будущая работа никак не будет связана с физикой, навыки, полученные при решении физических задач, помогут вам в любой работе, где важна умственная деятельность. При решении задач вы научитесь работать с математическими выражениями, с формулами. Этот навык важен для всех, кто будет выполнять какие-либо расчёты. Автор надеется, что, какую бы профессию вы ни выбрали, решение задач на уроках физики станет для вас интересным и развивающим занятием.

Как работать с книгой?

Эта книга содержит в себе краткое изложение курса физики 7 класса. В начале каждой темы приведены определения всех физических понятий, относящихся к этой теме, а также законы и формулы. Краткое изложение поможет сократить время, необходимое для изучения каждой темы. Автор предлагает не тратить слишком много времени на объяснение «учёным языком» того, что каждый школьник уже знает или слышал. Вместо этого автор стремится дать ученикам навыки применения физических законов для решения интересных задач.

В стандартных школьных учебниках, как правило, материал изложен подробно и приведено множество примеров, иллюстрирующих физические понятия и законы. Не обязательно запоминать все примеры, главное – их понять. Для этого достаточно прочитать параграф один раз. После этого можно повторять материал по этой книге. Здесь есть всё, что нужно запомнить. Материал изложен кратко и вместе с тем точно, поэтому учить его по этой книге вам будет легче.

После того, как вы запомнили основные определения и законы, следует перейти к самому интересному этапу – к решению задач. Многолетний опыт преподавателей самых разных предметов показывает, что учащийся усваивает материал лучше, когда он проявляет познавательную активность, то есть решает задачи. Каждая задача – это маленькое самостоятельное исследование, в ходе которого ученик погружается в среду предмета и развивает свои умственные способности. Именно поэтому автор этой книги советует уделять больше времени решению задач, чем простому заучиванию материала.

В книге собрано множество задач различной сложности по каждой теме. Учителю следует выбирать задачи в соответствии с уровнем класса. Для того чтобы помочь вам в освоении навыков решения задач, в конце каждой темы даны *подсказки* к задачам. Каждую задачу (кроме тех, которые разбираются учителем в классе) сначала нужно пробовать решить самостоятельно. Если это не получается, то прочитайте подсказку.

Перед каждой подсказкой в квадратных скобках указана сложность задачи по десятибалльной системе. Один или два балла – это типовые задачи, которые должны уметь решать все ученики. Три балла – это задача «чуть сложнее типовой». Четыре балла – задача содержит какую-либо трудность или требует нестандартного, творческого подхода. Задачи, сложность которых выше 5 баллов, предназначены для классов с углубленным изучением физики и для тех, для кого физика станет в числе любимых предметов (в задачнике для 7 класса таких задач нет). Оценка задач по сложности приближённая; она поможет учителю выбрать подходящие задачи.

В книгу не вошла тема «Первоначальные сведения о строении вещества», присутствующая в стандартных учебниках физики для 7 класса в самом начале. Это связано с тем, что на эту тему известно мало содержательных задач, доступных для решения семиклассниками на самом начальном этапе изучения физики. О строении вещества кратко рассказывается во введении и некоторых других темах. Более подробно о строении вещества можно узнать из дополнительной литературы и в курсах физики и химии старших классов.

Введение. Предмет физики и первоначальные сведения о строении вещества

Из чего состоит наш мир и как он устроен? Этот вопрос занимал умы мыслителей всех времён, начиная с древности. Конечно, на такой вопрос нельзя дать короткого ответа, потому что этот вопрос включает в себя очень многое. Чтобы изучить, как устроен мир вокруг нас, нужно сначала задавать более конкретные вопросы. Например: почему Земля совершает один оборот вокруг Солнца за один год, а другие планеты – за другое время (и вообще, каким законам подчиняется движение планет)? Почему вода замерзает на морозе, а лёд тает в тепле (и вообще, что такое температура)? Что такое электричество, откуда оно появилось или кто его придумал? Что такое свет и почему радуга состоит из семи цветов?

Таких вопросов можно задать очень и очень много. Найти ответы на них нам помогает интереснейшая наука, которая называется физика. Физика – это наука о вещах и явлениях, которые постоянно происходят в окружающем нас мире и внутри нас самих. Слово «Физика» в переводе с греческого означает «природа». Считается, что древнегреческим учёным принадлежат первые великие открытия и великие идеи, которые имеют прямое отношение к современной физике.

Одна из таких идей сразу объяснила очень много явлений и дала ответы на многие вопросы. Это было учение Левкиппа и его ученика Демокрита (V век до нашей эры) об атомном строении вещества. Идея очень проста: все предметы, которые нас окружают, а также вода, воздух и вообще все жидкости и газы состоят из очень маленьких и неделимых частиц – **атомов** («атомос» в переводе с греческого означает «неделимый»). Атомы *движутся*, постоянно сталкиваясь друг с другом и разлетаясь в разные стороны, а также *взаимодействуют* друг с другом: притягиваются друг к другу или наоборот, отталкиваются. Атомы могут соединяться друг с другом. Соединение нескольких атомов называется «**молекула**» (в переводе с греческого означает «маленькая масса»).

Если сжать руками кусок резины (или другого материала), то его объём уменьшится. Это явление легко объяснить, если считать, что все вещества состоят из атомов или молекул, между которыми имеется пустое пространство. Когда мы сжимаем вещество, мы просто уменьшаем расстояние между частицами (атомами или молекулами), из которых оно состоит.

Все вещества могут находиться в трёх состояниях: твёрдом, жидком и газообразном. Например, вода может существовать в виде льда, в виде жидкости и в виде пара. Но при этом лёд, жидкая вода и водяной пар состоят из одних и тех же молекул – молекул воды. Лёд, вода и пар отличаются друг от друга только расположением молекул в пространстве и величиной сил, с которыми взаимодействуют молекулы.

Если в воду опустить маленький кусочек краски и размешать, то вся вода окрасится в цвет краски. Это означает, что молекулы, из которых состоит краска, распространились по всему объёму воды. Когда солят рыбу или овощи, их погружают в раствор соли. Через некоторое время рыба вся становится солёной. Молекулы, из которых состоит соль, проникают внутрь продуктов.

Кусок сахара можно растолочь на очень маленькие крупинки, зерно пшеницы размолоть в муку. Капля масла, растекаясь по поверхности воды, может образовать плёнку, толщина которой в десятки тысяч раз меньше диаметра человеческого волоса. Но в каждой крупинке муки или сахара содержится не одна, а много молекул. Молекулы настолько маленькие, что увидеть их мы не сможем, даже если будем использовать микроскоп. Из-за этого подробное изучение молекулярного строения вещества стало возможным только в конце XIX века. Оказалось, что древние греки были правы: все вещества действительно состоят из молекул и атомов. Правда, атомы сами не являются неделимыми частицами. Атомы состоят из ещё более мелких частиц – электронов, протонов и нейтронов.

Всё это очень интересно. Но начнём мы изучать физику с простых вещей и явлений. Дело в том, что одна из важных задач, которые стоят перед нами в этом году – научиться описывать физические явления с помощью математических формул. Нам обязательно нужно научиться работать с формулами, поскольку физика никак не может обойтись без математики. Чтобы проектировать и строить дома, заводы, машины, электростанции и многое другое, нужны математические расчёты. Для расчётов нам понадобятся физические величины. Наверняка вам уже знакомы такие величины, как *длина*, *время*, *масса*, *температура*, и вы даже знаете, какими приборами измеряются эти величины. Очень хорошо, если вы уже умеете переводить метры в сантиметры, килограммы в граммы, кубические сантиметры в кубические метры. Если это пока трудно – будем тренироваться, будем выполнять все действия по шагам.

В будущем мы будем изучать разные разделы физики: механику, термодинамику (она изучает тепловые явления), электричество, оптику (оптика изучает световые явления). А пока наша первая важная задача – научиться работать с формулами и физическими величинами.

Глава 1. Первоначальные представления о механике

Физика состоит из многих разделов, изучающих разные явления. Среди разделов физики есть механика, тепловые явления, электричество, оптика и некоторые другие, о которых вы узнаете в старших классах. Мы начнём изучать механику.

Механика – раздел физики, в котором изучаются законы движения тел.

Телом называют любой предмет, фигурирующий в физической задаче.

Тема 1. Механическое движение. Скорость

§1. Основные понятия

Механическое движение – изменение положения тела относительно других тел с течением времени.

Запомните, что *движение всегда относительно*. Говоря о движении тела, нужно указать, относительно каких тел происходит движение. Например, человек, сидящий в поезде, движется относительно земли и железной дороги, но неподвижен относительно вагона поезда. Лодка, плывущая вниз по течению реки, движется относительно земли быстрее, чем относительно воды (скорость лодки относительно земли равна скорости течения плюс скорости лодки относительно воды).

Часто при решении задач размерами какого-нибудь тела можно пренебречь, то есть считать это тело точкой. Например, при движении автобуса из одного города в другой можно не учитывать размеры автобуса и считать его одной точкой.

Материальная точка – тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

В следующих определениях тело можно считать материальной точкой.

Траектория движения (или просто траектория) – линия, по которой движется тело.

Путь – длина участка траектории, пройденного телом при его движении.

Путь – физическая величина. Его можно измерить. *Измерить какую-либо величину – это значит сравнить её с величиной, принятой за единицу измерения.* Единицей пути является единица длины – *метр* (м). Используются также и другие единицы длины, например *километр* (км), *сантиметр* (см).

1 км = 1000 м, 1 дм = 0,1 м, 1 см = 0,01 м, 1 мм = 0,001 м.

Движение тела называется равномерным, если оно за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути.

Скорость тела при равномерном движении – это величина, равная отношению пути ко времени, за которое этот путь пройден:

$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}$$

Скорость показывает, какой путь проходит тело в единицу времени.

В дальнейшем мы будем пользоваться **формулами**, в которых каждая физическая величина обозначена какой-нибудь буквой. Обозначим путь, время и скорость буквами: s – путь, t – время, за которое этот путь был пройден, υ – скорость. Тогда получим формулу для вычисления скорости:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \qquad (1)$$

Все важные формулы мы будем нумеровать, чтобы было удобно ссылаться на них в подсказках к решениям задач. Запись (1) означает, что формула для скорости имеет номер 1.

За единицу скорости принимают скорость такого равномерного движения, при котором тело за 1 с проходит путь, равный 1 м. Эту единицу скорости записывают так: $1\frac{м}{с}$ (один метр в секунду). Применяют и другие единицы скорости, например $1\frac{км}{ч}$, $1\frac{см}{с}$.

При неравномерном движении скорость тела меняется. Однако при неравномерном движении можно говорить о средней скорости тела. **Чтобы вычислить среднюю скорость,**

нужно путь разделить на время, за которое он пройден, т.е. поступить так же, как при вычислении скорости равномерного движения.

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{s}{t} \qquad (2)$$

Задачи, которые мы будем решать в этой теме, похожи на задачи, которые вы уже решали в курсе математики: это задачи на путь, время и скорость.

§2. Основные формулы

Пусть нам известна скорость тела и время его движения, а требуется вычислить путь, пройденный телом. Для этого выразим путь s из формулы (1). Это делается простым алгебраическим действием. В формуле (1) обе части равенства нужно умножить на время t (обе части равенства можно умножить на одно и то же число, и равенство сохранится):

$$\upsilon t = \frac{s}{t} t$$

Видим, что в правой части уравнения время t сокращается, и получаем: $\upsilon t = s$, или

$$s = \upsilon t \qquad (3)$$

– формула для вычисления пути.

Пусть теперь нам известен путь, пройденный телом, и известна скорость, а нужно вычислить время движения тела. Для этого выразим время t из формулы (1) двумя алгебраическими действиями: сначала умножим равенство (1) на время t, и в правой части время t сократится. Получится уже знакомая нам формула $s = \upsilon t$. Теперь обе части этой формулы разделим на скорость υ:

$$\frac{s}{\upsilon} = \frac{\upsilon t}{\upsilon}$$

Видим, что в правой части уравнения скорость υ сокращается, и получаем:

$$t = \frac{s}{\upsilon} \qquad (4)$$

– формула для вычисления времени.

Теперь у нас есть три формулы:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \upsilon = \dfrac{s}{t} & (1) \\[2ex] s = \upsilon t & (3) \\[2ex] t = \dfrac{s}{\upsilon} & (4) \end{array}}$$

Точно такие же формулы можно получить, если вместо скорости υ будет стоять средняя скорость $\upsilon_{\text{ср}}$. Не обязательно сразу запоминать все три формулы. Достаточно запомнить какую-нибудь одну, например, определение скорости (1) или формулу (3) для расчёта пути. Из одной формулы можно получить две остальные алгебраическими действиями.

Задачи

1. Путь по дороге между деревнями Анискино и Борискино равен s = 9 км. Велосипедист проехал этот путь за время t = 30 мин. Чему равна скорость велосипедиста? Запишите ответ в метрах в секунду.

2. Автобус выехал из Москвы в 17 ч 20 мин и прибыл в Рязань в 20 ч 10 мин. Путь, пройденный автобусом, равен s = 200 км. Найдите среднюю скорость автобуса в м/с и в км/ч.

3. Дневной маршрут группы туристов состоял из трёх частей. Длина первой части равна s_1 = 20 км, а время её прохождения равно t_1 = 4 ч. Вторую часть пути туристы прошли со скоростью υ_2 = 6 км/ч за время t_2 = 1,5 ч. Длина третей части пути равна s_3 = 8 км, а скорость на ней равна υ_3 = 4 км/ч. Найти:

1. Скорость на первой части пути.

2. Длину второй части пути.

3. Время, за которое была пройдена третья часть пути.

4. Самолёт летит со скоростью $\upsilon = 750$ км/ч. Какой путь он пролетит за $t = 6$ ч?

5. Земля при движении по своей орбите вокруг Солнца совершает полный оборот за $T = 1$ год. Радиус орбиты Земли примерно равен $R = 149000000$ км. Чему равна скорость движения Земли по орбите? Орбиту считать окружностью.

6. Саша проходит путь от дома до школы, равный $s_1 = 300$ м за время $t_1 = 5$ мин. За какое время Саша пройдёт путь $s_2 = 5$ км, если будет идти с такой же средней скоростью?

7. Группа туристов прошла 4 км строго на восток, потом 3 км строго на север, потом ещё 4 км строго на восток, а потом 5 км строго на юг. Нарисуйте траекторию движения группы туристов и найдите пройденный ими путь. Найдите среднюю скорость туристов, если известно, что весь путь занял 4 часа.

8. Катя и Наташа одновременно выходят навстречу друг другу из деревень Липовка и Демушкино. Расстояние между деревнями равно $s = 8$ км. Катя идёт со скоростью $\upsilon_к = 4$ км/ч, а Наташа – со скоростью $\upsilon_н = 6$ км/ч. На каком расстоянии от деревни Липовка (из которой вышла Катя) они встретятся?

9. Поезд длиной $L_1 = 300$ м переезжает через мост длиной $L_2 = 400$ м, двигаясь со скоростью $\upsilon = 35$ км/ч. Сколько времени будет длиться переезд?

10. Школьники побывали в селе Константиново, родине Сергея Есенина, и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью $\upsilon_1 = 70$ км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость до $\upsilon_2 = 50$ км/ч. Когда дождь кончился, автобусы вновь поехали с прежней скоростью и въехали в Рязань на $\Delta t = 10$ минут позже, чем было запланировано. Сколько времени шёл дождь?

(Δ – дельта, греческая буква. Обычно ей обозначают разность или изменение физических величин).

11. Школьники побывали в Скопине, знаменитом своим старым народным промыслом – керамикой, и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью 70 км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость. На каждый километр пути автобусы тратили на $\Delta t = 14$ секунд больше, чем до дождя. Когда дождь кончился, автобусы вновь поехали с прежней скоростью и въехали в Рязань на 15 минут позже, чем было запланировано. Сколько времени шёл дождь?

12. Школьники побывали в музее-заповеднике Ясная Поляна и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью $\upsilon_1 = 70$ км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость до $\upsilon_2 = 60$ км/ч. Когда дождь кончился, до Рязани оставалось проехать $S = 40$ км. Автобусы поехали со скоростью $\upsilon_3 = 75$ км/ч и въехали в Рязань точно в запланированное время. Сколько времени шёл дождь? Чему равна средняя скорость автобуса? Считайте, что автобусы в пути не останавливались.

13. Скорость велосипедиста относительно земли равна $\upsilon_1 = 36$ км/ч, а скорость встречного ветра относительно земли равна $\upsilon_2 = 4$ м/с. Чему равна скорость ветра относительно велосипедиста?

14. Расстояние $s = 300$ м необходимо проплыть на лодке туда и обратно один раз по реке, скорость течения которой относительно земли равна $\upsilon_1 = 1$ м/с, а другой раз по озеру. Скорость лодки относительно воды в обоих случаях равна $\upsilon_2 = 5$ м/с. Определите, какая поездка займет больше времени: по реке или по озеру. Вычислите время обеих поездок.

15. От причала вниз по реке отправили плот. Через $t = 3$ часа вслед за ним вышла лодка, скорость которой относительно воды равна $V = 9$ км/ч. Плот в этот момент находился на расстоянии $S = 12$ км от причала. На каком расстоянии от причала лодка догонит плот?

16. Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего на нём человека за $t_1 = 1$ мин. По неподвижному эскалатору человек поднимается за $t_2 = 3$ мин. Сколько времени будет подниматься идущий вверх человек по движущемуся эскалатору?

17. В задаче 3 вычислите среднюю скорость группы туристов за день, считая, что на двух дневных стоянках туристы находились в течение времени $t_{ст1} = 1{,}5$ ч и $t_{ст2} = 1$ ч. Постройте график зависимости пути, пройденного туристами, от времени.

18. Мотоциклист первую половину пути проехал со скоростью υ_1 = 40 км/ч, а вторую половину пути со скоростью υ_2 = 60 км/ч. В пути он не останавливался. Найдите среднюю скорость мотоциклиста.

19. Автомобиль при движении из пункта А в пункт В проехал половину времени со скоростью υ_1 = 50 км/ч, а другую половину – со скоростью υ_2 = 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля.

20. На рисунке 1 изображён график зависимости пути, пройденного некоторым телом, от времени. На графике Os – ось пройденных путей, Ot – ось времени. Определите по графику путь, пройденный за 10 ч, и скорость движения.

21. На рисунке 2 дан график скорости равномерного движения тела. Чему равна скорость движения тела? Какой путь пройдёт тело за t = 6 с?

22. Маша и Наташа идут по шоссе. На рисунке 3 показаны графики их движения: I – график движения Маши, II – Наташи. Определите, чья скорость больше. Вычислите каждую скорость.

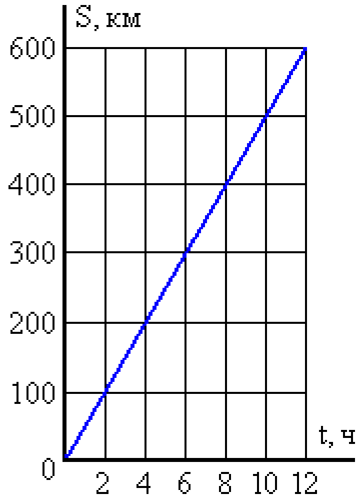


Рис. 1

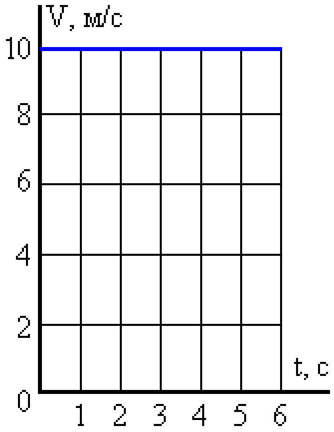


Рис. 2

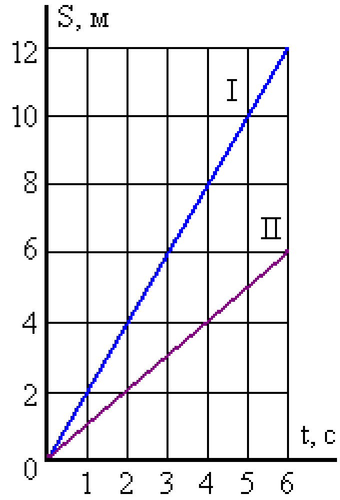


Рис. 3

Подсказки

1. [1] Сначала нужно выразить все исходные данные задачи в одной системе единиц. Переведём километры в метры, а минуты в секунды: s = 9 км = 9000 м, t = 30 мин = 30·60 с = 1800 с. Теперь осталось вычислить скорость по формуле (1): $\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{9000}{1800} = \ldots\frac{м}{с}$ (досчитайте сами).

2. [2] Время движения автобуса в минутах равно t = 170 мин. Переведём километры в метры, а минуты в секунды: s = 200 км = 200000 м, t = 170 мин = 170·60 с = 10200 с. Теперь вычислим скорость по формуле (1): $\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{200000}{10200} \approx 19{,}6\frac{м}{с}$. Теперь переведём $\frac{м}{с}$ в $\frac{км}{ч}$. Для этого выражение 1 м нужно заменить на $\frac{1}{1000}$ км, а 1 с нужно заменить на $\frac{1}{3600}$ часа.

Получим: $\upsilon \approx 19{,}6\frac{м}{с} = 19{,}6\cdot\frac{\frac{1}{1000}км}{\frac{1}{3600}ч} = 19{,}6\cdot\frac{1}{1000}\cdot\frac{3600}{1}\frac{км}{ч} \approx 70{,}6\frac{км}{ч}$.

3. [2] Задача состоит из трёх частей. Скорость на первой части пути нужно вычислить по формуле (1). Путь дан в километрах, а время – в часах. Поэтому, если мы сразу подставим численные значения в формулу, то получим скорость в км/ч: $\upsilon_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{20км}{4ч} = 5\frac{км}{ч}$. Теперь это значение можно перевести в м/с. Для этого 1 км нужно заменить на 1000 м, а 1 ч заменить на 3600 с. Получим: $\upsilon_1 = 5\frac{км}{ч} = 5\cdot\frac{1000м}{3600с} = 5\cdot\frac{10}{36}\frac{м}{с} \approx 1{,}39\frac{м}{с}$.

Длину второй части пути нужно вычислить по формуле (3): $s_2 = \upsilon_2 t_2 = 6\frac{км}{ч}\cdot 1{,}5ч = 9км = 9000м$.

Время прохождения третей части пути нужно вычислить по формуле (4) (вычислите сами).

4. [1] Путь вычисляется по формуле (3): $s = \upsilon t$.

5. [3] Переведём год в секунды. В часе 3600 секунд, в сутках 24 часа, а в году 365 суток. Поэтому
$T = 3600\cdot 24\cdot 365 = 31536000$ с. Чтобы вычислить, какой путь проходит Земля за 1 год, нужно найти длину окружности (земной орбиты) по формуле с = 2πR, где $\pi \approx 3{,}14$. Путь равен s = c = 2πR = 935720000 км = 935720000000 м. Теперь осталось вычислить скорость по формуле (1).

6. [2] Можно составить пропорцию и сразу вычислить время t_2. А можно сначала вычислить скорость, а потом вычислить время.

7. [1] Путь равен суме длин пройденных отрезков. Средняя скорость находится по формуле (2).

8. [2] За один час Катя проходит 4 км, а Наташа проходит 6 км. Расстояние между ними за час сократилось бы на 10 км, значит, скорость сближения равна $\upsilon = \upsilon_к + \upsilon_н = 10$ км/ч. Время движения до встречи найдите по формуле (4). Потом, зная скорость Кати и зная время её движения, вычислите путь по формуле (3).

9. [3] В данной задаче поезд нельзя считать материальной точкой. Переезд начинается в момент, когда голова поезда достигает моста, а заканчивается, когда хвост поезда съезжает с моста. Сделайте два рисунка (один под другим), и вы увидите, чему равен путь, пройденный каждой точкой поезда. Зная путь и скорость, вычислите время по формуле (4).

10. [4] Есть 2 способа решения этой задачи. **Первый способ.** Обозначим за s путь, пройденный под дождём. Разность Δt реального и запланированного времени возникает на участке пути s. Запишем разность времён в соответствии с формулой (4):

$$\Delta t = t_{реал} - t_{запл} = \frac{s}{\upsilon_2} - \frac{s}{\upsilon_1} = \frac{s(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1\upsilon_2}.$$

С другой стороны, по формуле (3), $s = \upsilon_2 t$, где t – время дождя. Подставляя вторую формулу в первую, имеем: $\Delta t = \frac{\upsilon_2 t(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1\upsilon_2} = \frac{t(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1}$. Теперь из равенства $\Delta t = \frac{t(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1}$ нужно алгебраическими действиями выразить время дождя t. Для этого нужно сначала умножить обе части равенства на υ_1 и сократить υ_1 в правой части, а потом разделить обе части полученного равенства на $(\upsilon_1 - \upsilon_2)$. Получится формула $t = \frac{\upsilon_1\Delta t}{(\upsilon_1 - \upsilon_2)}$.

Второй способ. Сделать рисунок. К – Константиново, R – Рязань, АВ – участок, который автобус проехал под дождём за время t, которое нужно найти. АС – участок, который проехал бы автобус за время t, если бы не было дождя.

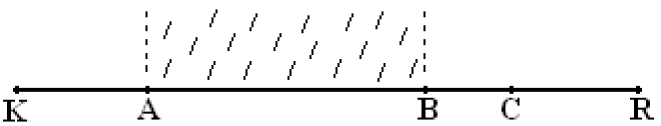


Рис. 4

BC = AC – AB = $t(\upsilon_1 - \upsilon_2)$. С другой стороны, автобус прошёл путь KA + AB + CR за то же время, за какое было запланировано пройти весь путь KR. Значит, BC = $\upsilon_1\Delta t$. Сравнивая полученные выражения, видим: $t(\upsilon_1 - \upsilon_2) = \upsilon_1\Delta t$.

11. [4] Скорость автобусов под дождём можно вычислить с помощью формул (1) и (4). Она равна

$\upsilon_2 = \dfrac{1км}{\dfrac{1км}{\upsilon} + \Delta t} = 55км/ч$. Число километров, пройденных под дождём, равно $\dfrac{t_{зад}}{\Delta t}$, где $t_{зад} = 15$ мин – время задержки автобусов. Зная скорость и число километров, найдём время с помощью формулы (4): $t = \dfrac{t_{зад}}{\upsilon_2 \Delta t} \cdot 1км = ...$ (досчитайте сами).

12. [5] Обозначим за S_2 путь, пройденный под дождём. Равенство запланированного и реального времени прибытия запишется в виде $\dfrac{S_1}{\upsilon_2} + \dfrac{S}{\upsilon_3} = \dfrac{S_1 + S}{\upsilon_1}$. Отсюда выразим S_1. Разобьём дробь в правой части на две дроби и перенесём в левую часть всё, что содержит S_1, а в правую часть всё, что не содержит S_1. Получим: $\dfrac{S_1}{\upsilon_2} - \dfrac{S_1}{\upsilon_1} = \dfrac{S}{\upsilon_1} - \dfrac{S}{\upsilon_3}$. Теперь приведём дроби к общему знаменателю:

$\dfrac{S_1(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1 \upsilon_2} = \dfrac{S(\upsilon_3 - \upsilon_1)}{\upsilon_1 \upsilon_3}$. υ_1 сокращается. Умножим обе части равенства на υ_2, а потом разделим обе части на $(\upsilon_1 - \upsilon_2)$. Получим: $S_1 = \dfrac{S\upsilon_2(\upsilon_3 - \upsilon_1)}{\upsilon_3(\upsilon_1 - \upsilon_2)}$.

С другой стороны, $S_1 = \upsilon_2 t$, где t – время дождя. Приравнивая правые части полученных формул и сокращая υ_2, получим: $t = \dfrac{S(\upsilon_3 - \upsilon_1)}{\upsilon_3(\upsilon_1 - \upsilon_2)} = ...$ (досчитайте сами).

Средняя скорость равна 70 км/ч. Ведь, по условию задачи, двигаясь с такой скоростью, автобусы были бы в пути такое же время, какое были на самом деле.

13. [1] Переведём все скорости в одну систему единиц, например в м/с. Скорость велосипедиста относительно земли равна 10 м/с. За одну секунду велосипедист 10 м, а ветер проходит 4 м. Расстояние между ними за секунду сокращается на 14 м, значит, скорость сближения равна $\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = 14$ м/с. Это и есть скорость ветра относительно велосипедиста.

14. [2] Скорости лодки относительно земли в случае движения по течению и против течения равны $\upsilon_{по} = \upsilon_2 + \upsilon_1 = 6$ м/с, $\upsilon_{против} = \upsilon_2 - \upsilon_1 = 4$ м/с. Время движения по реке

$t_p = t_1 + t_2 = \dfrac{s}{\upsilon_{по}} + \dfrac{s}{\upsilon_{против}} = 125$ с. Время движения по озеру вы сами легко посчитаете, и оно будет равно 120 с. То есть, время движения по реке больше, чем по озеру. Можно доказать, что время движения по реке туда и обратно в любом случае будет больше, чем время движения по озеру. Для этого выполним алгебраические действия:

$$t_p = \frac{s}{\upsilon_{по}} + \frac{s}{\upsilon_{против}} = \frac{s}{\upsilon_2 + \upsilon_1} + \frac{s}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{s(\upsilon_2 - \upsilon_1) + s(\upsilon_2 + \upsilon_1)}{(\upsilon_2 + \upsilon_1)(\upsilon_2 - \upsilon_1)} = \frac{2s\upsilon_2}{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2} = \frac{2s}{\upsilon_2 - \dfrac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2}} > \frac{2s}{\upsilon_2} = t_{оз}.$$

(здесь мы учли то, что из двух дробей с одинаковым числителем больше та, знаменатель которой меньше).

15. [3] Есть 2 способа решения. **Первый способ.** Рассмотрим движение лодки относительно воды. Лодку и плот разделяет расстояние S = 12 км. Лодка пройдёт это расстояние, т.е. догонит плот за время $t_1 = \dfrac{S}{V} = \dfrac{4}{3}$ часа. Плот за это время пройдёт относительно земли расстояние $S_1 = t_1 V_{теч}$, где $V_{теч}$ – скорость течения. Скорость течения равна $V_{теч} = \dfrac{S}{t} = 4$ км/ч. Значит, S_1

$= t_1 V_{теч} = 5\frac{1}{3}$ км. Тогда общее расстояние, на которое плот уплывёт от причала, равно $S_{общ} = S + S_1 = 17\frac{1}{3}$ км ≈ 17,33 км.

Второй способ. Рассматриваем движение относительно земли. Найдём сразу скорость течения: $V_{теч} = \frac{S}{t} = 4$ км/ч. Теперь учтём, что к моменту встречи лодка и плот пройдут одинаковый путь $S_{общ}$, но за разное время. Пусть t_1 – время от момента выхода лодки до её встречи с плотом.

С одной стороны, $S_{общ} = (V + V_{теч})t_1$. В скобках стоит скорость лодки относительно земли.

С другой стороны, $S_{общ} = V_{теч}(t + t_1)$. В скобках – время движения плота.

Приравняем правые части:

$(V + V_{теч})t_1 = V_{теч}(t + t_1)$;

$Vt_1 + V_{теч}t_1 = V_{теч}t + V_{теч}t_1$;

$Vt_1 = V_{теч}t$; отсюда выражаем t_1:

$t_1 = \frac{V_{теч}}{V} t = \frac{4}{3}$ часа.

Тогда $S_{общ} = (V + V_{теч})t_1 \approx 17,33$ км.

16. [3] Обозначим за s длину эскалатора, за t – время, которое нужно найти, за υ_1 и υ_2 – скорости эскалатора относительно земли и человека относительно эскалатора. Тогда можно записать:

$t = \frac{s}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$, $\upsilon_1 = \frac{s}{t_1}$, $\upsilon_2 = \frac{s}{t_2}$. Подставляя υ_1 и υ_2 в первую формулу, получим: $t = \frac{s}{\frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2}} = \ldots$ (выполните алгебраические преобразования и досчитайте сами). Неизвестная длина эскалатора s должна сократиться.

17. [2] Вернитесь к задаче 3 и подсчитайте общее время, которое туристы находились в движении. К нему прибавьте время, которое туристы провели на стоянках. Подсчитайте общий путь, пройденный туристами, и разделите общей путь на общее время. В соответствии с формулой (2) вы получите среднюю скорость.

18. [3] Обозначим за s путь, пройденный мотоциклистом, а за t – время движения. По формуле (2),

$\upsilon_{ср} = \frac{s}{t}$. $t = t_1 + t_2 = \frac{0,5s}{\upsilon_1} + \frac{0,5s}{\upsilon_2} = \frac{0,5s(\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\upsilon_1\upsilon_2}$. Подставьте t в первую формулу. s сократится.

19. [3] Обозначим за s путь, пройденный автомобилем, а за t – время движения. По формуле (2),

$\upsilon_{ср} = \frac{s}{t}$. $s = s_1 + s_2 = 0,5t \cdot \upsilon_1 + 0,5t \cdot \upsilon_2$. Подставьте s в первую формулу. t сократится. В этой задаче, в отличие от предыдущей, средняя скорость равна среднему арифметическому скоростей: $\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$.

20. [1] Из графика видно, что за t = 10 ч тело прошло путь s = 500 км. Разделите путь на время и получите скорость.

21. [1] Из графика видно, что скорость постоянна и равна 10 м/с. Умножьте скорость на время и получите путь. Заметим, что путь равен площади под графиком скорости от времени.

22. [2] Из графика видно, что за одно и то же время Маша проходит больший путь, чем Наташа (в 2 раза больший). Значит, скорость Маши в 2 раза больше, чем скорость Наташи. Чтобы вычислить скорости, выберите произвольный момент времени (например, t = 6 с) и посмотрите, какие пути проходят Маша и Наташа за это время. Разделите путь на время и получите скорость.

Тема 2. Масса тела и плотность вещества

§3. Основные понятия

Каждое тело обладает массой. Масса определяет два свойства тел.

1. Масса – величина, определяющая, сколь быстро изменяется скорость тела при его взаимодействии с другими телами.

Поясним это на примере. На горизонтальном столе стоят две тележки массами 1 килограмм и 2 килограмма. Между тележками зажали пружину. Если тележки отпустить, пружина будет их расталкивать. Скорость тележек будет увеличиваться, причём та тележка, масса которой меньше, будет разгоняться быстрее (хотя пружина действует на обе тележки одинаково).

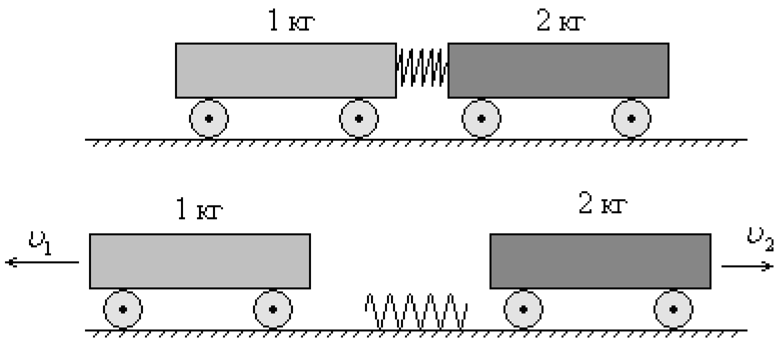


Рис. 5

Опыт показывает, что *при взаимодействии двух тел скорость одного из них изменяется быстрее во столько же раз, во сколько раз масса этого тела меньше массы другого.* На рис. 5 снизу скорость более лёгкой тележки в 2 раза больше скорости более тяжёлой.

2. Масса – величина, определяющая силы притяжения всех тел друг к другу. *Благодаря тому, что все тела притягиваются к Земле, массу тела можно определять на весах.*

На самом деле, все тела притягиваются не только к Земле, но и друг к другу. Но массы тел на Земле, которые мы видим вокруг, во много раз меньше массы Земли, и поэтому мы не замечаем притяжения тел друг к другу. Если мы положим на стол два карандаша, то мы не заметим, что они притягиваются друг к другу. Их скорости не будут меняться, потому что на карандаши, кроме сил притяжения, действуют силы трения, которые не дают им сближаться. Силы трения мы будем изучать позднее.

Если массы тел, лежащих на чашках весов, равны друг другу, то весы находятся в равновесии.

За единицу массы принят килограмм – 1 кг. Изготовлено специальное тело – международный образец (эталон) килограмма. Масса одного литра воды примерно равна 1 кг.

1 т = 1000 кг, 1 г = 0,001 кг, 1 мг = 0,000001 кг; 1 кг = 0,001 т, 1 кг = 1000 г, 1 кг = 1000000 мг.

Плотность вещества. Известно, что два тела, имеющие одинаковый объём, могут иметь разные массы, а имеющие одинаковую массу – разные объёмы. При этом тела состоят из разных веществ. Например, пусть золотая и серебряная монеты имеют одинаковые объёмы. Если мы положим эти монеты на чаши весов, то увидим, что золотая монета перевесит, то есть её масса больше. Это различие объясняется тем, что разные вещества имеют разную **плотность.**

Плотность тела – это физическая величина, равная отношению массы тела к его объёму:

$$\text{плотность} = \frac{\text{масса}}{\text{объём}}$$

Обозначив величины, входящие в это выражение, буквами: ρ (греческая буква, читается «ро») – плотность, m – масса тела, V – его объём, мы получим формулу для определения плотности:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (5)$$

Единицей плотности вещества является $1\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Все вещества состоят из очень маленьких частиц – **молекул или атомов**. Молекула состоит из нескольких атомов, соединённых друг с другом. О том, что представляет собой атом, вы узнаете в старших классах, в курсах физики и химии. Пока отметим, что чистое вещество состоит из одинаковых молекул или атомов. Плотность вещества определяется средним расстоянием между соседними молекулами или атомами. Сжимая кусок резины, мы уменьшаем расстояние между молекулами, и плотность при этом увеличивается.

Однородным телом называют такое тело, у которого любые два маленьких участка (размеры которых во много раз меньше размеров самого тела) имеют одинаковые физические свойства.

Например, если два любые кубические миллиметра какого-то тела объёмом V = 1 $м^3$ имеют одинаковую массу, и в этих кубических миллиметрах содержится примерно одинаковое число одинаковых молекул, то это тело во многих случаях можно считать однородным.

Плотность однородного тела – это плотность вещества, из которого оно сделано. Плотности многих веществ измерены и занесены в таблицы. Это позволяет рассчитывать объём тела по его массе и наоборот, массу, если известен объём.

Если тело не однородное, то говорят о средней плотности тела. **Чтобы вычислить среднюю плотность, нужно массу тела разделить на его объём**, т.е. поступить так же, как при вычислении плотности однородного тела.

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{m}{V} \qquad (6)$$

§4. Основные формулы

Пусть нам известны плотность и объём тела, а требуется вычислить его массу. Для этого выразим массу m из формулы (5). Это делается простым алгебраическим действием. В формуле (5) обе части равенства нужно умножить на объём V:

$$\rho V = \frac{m}{V}V$$

Видим, что в правой части уравнения объём V сокращается, и получаем: $\rho V = m$, или

$$m = V\rho \qquad (7)$$

– формула для вычисления массы.

Пусть теперь нам известна масса и плотность тела, а нужно вычислить его объём. Для этого выразим объём V из формулы (5) двумя алгебраическими действиями: сначала умножим равенство (5) на объём V, и в правой части объём V сократится. Получится уже знакомая нам формула $m = V\rho$. Теперь обе части этой формулы разделим на плотность ρ:

$$\frac{m}{\rho} = \frac{V\rho}{\rho}$$

Видим, что в правой части уравнения плотность ρ сокращается, и получаем:

$$V = \frac{m}{\rho} \qquad (8)$$

– формула для вычисления объёма.

Теперь у нас есть три формулы:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (5)$$

$$m = V\rho \qquad (7)$$

$$V = \frac{m}{\rho} \qquad (8)$$

Точно такие же формулы можно получить для средней плотности. Не обязательно сразу запоминать все три формулы. Достаточно запомнить какую-нибудь одну, например, определение плотности (5) или формулу (7) для расчёта массы. Из одной формулы можно получить две остальные алгебраическими действиями.

Задачи

23. Человек выпрыгнул из неподвижной лодки на берег. Скорость человека относительно берега сразу после прыжка направлена почти горизонтально и равна υ_1 = 4 м/с. Масса человека равна m_1 = 60 кг, а лодки m_2 = 120 кг. Чему равна скорость лодки относительно берега сразу после прыжка? Сопротивлением воды и воздуха пренебречь.

24. Измеряя массу тела, ученик уравновесил его на весах, поставив на противоположную чашку следующие гири: одну 50 г, две по 20 г, одну 10 г, и одну 10 мг. Запишите, чему равна масса измеряемого тела в граммах и в килограммах.

25. Записаны некоторые значения массы, объёма и плотности. Переведите все значения массы в кг, все значения объёма в м^3, а все значения плотности в кг/м^3:
4,5 т; 0,1 т; 4000 г; 63 г; 200 мг; 150 г 400 мг; 1 дм^3; 8 см^3; 10 л; 1 г/см^3; 0,6 кг/л; 5 г/дм^3.

В международной системе единиц СИ длина измеряется в метрах, время в секундах, а масса в килограммах. При решении задач удобно все данные переводить в эти единицы.

26. Масса дубового бревна объёмом V = 0,5 м^3 равна m = 400 кг. Чему равна плотность древесины дуба? Ответ запишите в кг/м^3 и в г/см^3.

27. Яблоко массой m = 50 г имеет объём V = 50 см^3. Вычислите плотность яблока.

28. Стальная деталь машины имеет объём V = 500 см^3. Чему равна её масса? Плотность стали ρ = 7800 кг/м^3.

29. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, а плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м^3. Определите объём воды и льда массой m = 10 кг. Чей объём больше?

30. Чему равна масса цилиндра из сухой сосновой древесины высоты h = 15 см и радиуса R = 5 см? Плотность сухой древесины сосны равна ρ = 400 кг/м^3.

31. На рисунке 6 изображён брусок из сухой дубовой древесины. Найдите его массу. Все необходимые размеры указаны на рисунке. Плотность сухого дуба найдите в таблице.

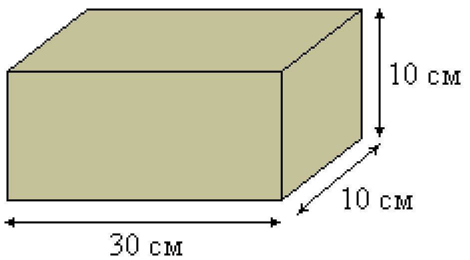


Рис. 6

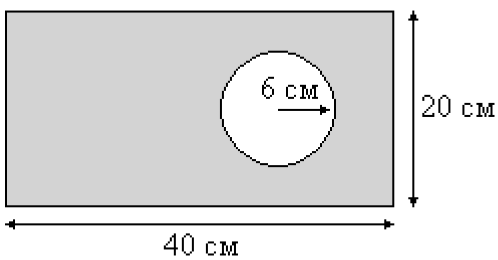


Рис. 7

32. На рисунке 7 изображена стальная деталь с круглым отверстием (вид сверху). Толщина детали равна d = 8 мм. Найдите массу детали. Плотность стали равна ρ = 7800 кг/м^3.

33. На рисунке 8, а изображена мензурка с водой. Найдите массу воды в мензурке.

34. В мензурку (рис. 8, а) налита вода. На дно мензурки опустили свинцовый шарик, не изменяя количество воды (рис. 8, б). Найдите массу шарика. Необходимые данные возьмите из таблицы.

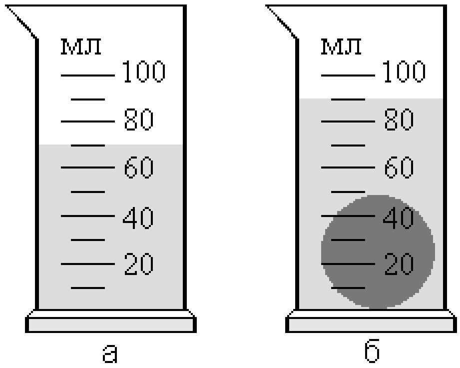


Рис. 8

35. Деревянная модель детали машины, сделанная в натуральном размере из сухой сосны, имеет массу m = 0,8 кг. Какую массу будет иметь эта деталь, изготовленная из стали?
36. Рассчитайте массу алюминиевого провода длиной L = 20 м и диаметром d = 2 мм.
37. Провод длиной L = 15 м и площадью поперечного сечения S = 2 мм^2 имеет массу m = 267 г. Пользуясь таблицей, определите, из какого металла сделан этот провод.
38. Машина рассчитана на перевозку груза массой m = 2,5 т. Сколько квадратных листов цинка со стороной a = 2 м можно нагрузить на неё, если толщина каждого листа равна d = 1 мм?
39. Масса алюминиевой детали равна m = 0,5 кг, а её объём равен V = 240 см^3. Определите, есть ли в этой детали пустоты.
40. Снег состоит из воздуха и льда. Средняя плотность снега равна ρ = 100 кг/м^3. Плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м^3, а плотность воздуха очень мала по сравнению с плотностью льда, и её можно считать равной нулю. Определите, какую часть объёма снега занимает лёд, а какую – воздух.
41. Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной ρ = 600 кг/м^3. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в 2 раза больше плотности другой. Найдите плотности обеих частей бруска.
42. Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной ρ = 600 кг/м^3. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по объёму, плотность одной из которых в 2 раза больше плотности другой. Найдите плотности обеих частей бруска.
43. Строение металла полония схематически показано на рис. 9. Атомы полония находятся в вершинах кубиков и образуют кристаллическую решётку. Известно, что плотность полония равна ρ = 9392 кг/м^3, а масса одного атома полония равна $m_0 = \frac{3,47}{10^{25}}$ кг. Найдите объём одного кубика (рёбра кубиков нарисованы для наглядности; на самом деле существуют только атомы).

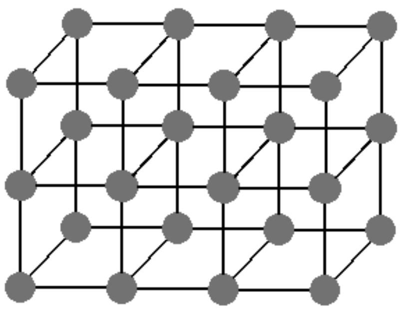


Рис. 9

Подсказки

23. [1] Воспользуйтесь тем, что *при взаимодействии двух тел скорость одного из них изменяется быстрее во столько же раз, во сколько раз масса этого тела меньше массы другого.*

24. [1] Нужно найти сумму масс гирь, стоящих на противоположной чаше весов. Для этого массы всех гирь нужно выразить в одних единицах, например, в граммах или миллиграммах. Затем полученную массу переведите в граммы и килограммы.

25. [1] Напомним соотношения между единицами массы: **1 т = 1000 кг, 1 г = 0,001 кг,**
1 мг = 0,000001 кг; 1 кг = 0,001 т, 1 кг = 1000 г, 1 кг = 1000000 мг. Чтобы перевести тонны в килограммы, нужно выражение 1 т заменить выражением 1000 кг. Например, 2 т = 2·1000 кг = 2000 кг. Чтобы перевести в килограммы смешанное выражение, например, 150 г 400 мг, нужно все входящие в него массы выразить в одних единицах (например, граммах или миллиграммах).

Соотношения между единицами объёма получаются из соотношений между единицами длины. Рассмотрим пример: перевести объём 10 дм^3 в м^3. Для этого нужно дм заменить на 0,1 м, но ещё учесть, что выражение «дм» стоит в кубе. Запишем: 10 дм^3 = 10·(0,1 м)^3 = 10·0,001 м^3 = 0,01 м^3. Обратите внимание: в одном метре 10 дециметров, но в одном кубическом метре уже не 10, а 1000 кубических дециметров. Вы можете наглядно в этом убедиться, сделав рисунок. Математически это записывается так: 1 м^3 = 1·(10 дм)^3 = 1·1000 дм^3 = 1000 дм^3. Напомним, что 1 л (литр) = 1 дм^3.

Чтобы переводить единицы плотности, нужно отдельно переводить входящие в них единицы массы и объёма, а потом сокращать получившуюся дробь (если она сокращается).

26. [1] Вычисляйте плотность по формуле (5). В этой задаче все величины уже даны в Международной системе единиц (СИ), и переводить их не нужно.

27. [1] Вычисляйте плотность по формуле (5). Если вы подставите в формулу массу в граммах, а объём в см^3, то получите плотность в г/см^3. Можно сначала перевести массу в кг, а объём в м^3.

28. [1] Переведите см^3 в м^3 и вычисляйте массу по формуле (7).

29. [1] Вычисляйте объём по формуле (8).

30. [2] Сначала переведите все размеры в метры. Чтобы вычислить объём цилиндра, нужно площадь основания умножить на высоту. Основание цилиндра – круг, площадь круга равна $S = \pi R^2$, где π = 3,14. Объём равен $V = hS = h\pi R^2$. Зная объём и зная плотность, вычисляйте массу по формуле (7).

31. [2] Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх измерений: длины, ширины и высоты. $V = abc$. Если вы взяли из таблицы плотность в кг/м^3, то все размеры нужно перевести в метры. Зная объём и зная плотность, вычисляйте массу по формуле (7).

32. [3] Чтобы вычислить объём детали, нужно сначала найти объём параллелепипеда (такой же детали, только без отверстия), и найти объём цилиндра, образованного отверстием. Потом из объёма параллелепипеда вычесть объём цилиндра. Зная объём и плотность, вычисляйте массу по формуле (7).

33. [1] Из рисунка видно, что объём воды в мензурке равен V = 70 мл. Переведите объём в м^3 и вычисляйте массу по формуле (7).

34. [2] Сравнивая рис. 8, а и рис. 8, б, видим, что объём свинцового шарика равен V = 20 мл. Переведите объём в м^3 и вычисляйте массу по уже хорошо знакомой вам формуле.

35. [2] Сначала нужно, зная массу и плотность, вычислить объём детали по формуле (8). Потом, зная объём и уже другую плотность (плотность стали), вычислить массу по формуле (7).

36. [2] Провод – это длинный цилиндр. Чтобы найти его объём, нужно длину умножить на площадь основания (площадь поперечного сечения провода). Площадь поперечного сечения равна

$S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$. Обратите внимание: $R = \frac{1}{2}d$, но $S = \frac{1}{4}\pi d^2$, потому что в формуле для площади круга R стоит в квадрате.

37. [2] Найдите объём провода, как в предыдущей задаче. Площадь основания уже дана, только переведите единицы. Зная массу и объём, вычислите плотность по формуле (5). В таблице найдите, какой металл имеет такую плотность.

38. [3] Найдите массу m_1 одного листа. Чтобы узнать, сколько максимум листов можно нагрузить, нужно массу, на которую рассчитана машина, разделить на массу одного листа: $N = \frac{m}{m_1}$.

39. [3] Вычислите среднюю плотность детали. Если она окажется меньше плотности алюминия, значит, внутри детали есть пустоты. Можно поступить и другим способом: зная массу детали, вычислить, объём алюминия в ней по формуле (8). Если объём всей детали больше, чем объём алюминия, значит, в детали есть пустоты. Есть и третий способ решения этой задачи (догадайтесь сами, какой).

40. [4] Рассмотрим снег массой m. С одной стороны, $m = V_{общ}\rho$, где $V_{общ}$ – общий объём снега, ρ – средняя плотность. С другой стороны, $m = V_{льда}\rho_л$, где $V_{льда}$ – объём льда, $\rho_л$ – плотность льда. Приравнивая правые части записанных формул, имеем: $V_{общ}\rho = V_{льда}\rho_л$. Отсюда алгебраическими действиями получаем: $\frac{V_{льда}}{V_{общ}} = \frac{\rho}{\rho_л} = \frac{1}{9}$, т.е. лёд занимает $\frac{1}{9}$ всего объёма снега. Воздух занимает оставшиеся $\frac{8}{9}$ всего объёма снега.

41. [4] Пусть m_1, m_2, V_1, V_2, ρ_1, ρ_2 – массы, объёмы и плотности частей бруска. Ученик измерил среднюю плотность бруска (она обозначена как ρ). Части равны по массе: $m_1 = m_2$.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{2m_1}{V_1 + V_2}.$$

Объёмы и массы неизвестны. Выразим все их, например, через m_1, чтобы эта m_1 сократилась.

$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m_1}{\rho_2}$. Подставляем:

$$\rho = \frac{2m_1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_1}{\rho_2}} = \frac{2m_1}{\frac{m_1\rho_2 + m_1\rho_1}{\rho_1\rho_2}} = \frac{2m_1\rho_1\rho_2}{m_1\rho_1 + m_1\rho_2} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

По условию задачи, $\rho_1 = 2\rho_2$. Подставляем:

$\rho = \frac{4\rho_2^2}{2\rho_2 + \rho_2} = \frac{4}{3}\rho_2$. Выражаем ρ_2: $\rho_2 = \frac{3}{4}\rho = 450$ кг/м^3.

$\rho_1 = 2\rho_2 = 900$ кг/м^3.

42. [4] Пусть m_1, m_2, V_1, V_2, ρ_1, ρ_2 – массы, объёмы и плотности частей бруска. Ученик измерил среднюю плотность бруска (она обозначена как ρ). Части равны по объёму: $V_1 = V_2$.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{2V_1} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{2V_1} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_1}{2V_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}.$$

По условию задачи, $\rho_1 = 2\rho_2$. Подставляем:

$\rho = \frac{2\rho_2 + \rho_2}{2} = \frac{3}{2}\rho_2$. Отсюда $\rho_2 = \frac{2}{3}\rho = 400$ кг/м^3.

$\rho_1 = 2\rho_2 = 800$ кг/м^3.

43. [3] Заметим, что кубики такого же объёма можно нарисовать по-другому, так, чтобы каждый атом находился в центре кубика, а не в вершинах (сделайте такой рисунок). Поэтому плотность полония равна массе одного атома, делённой на объём одного кубика. Вычислите объём по формуле (8).

§5. Движение по инерции. Сила

Множество опытов показывает, что ***скорость тела может изменяться при действии на него другого тела.*** Например, чтобы разогнать телегу или сани (то есть, увеличить их скорость), их нужно тянуть или толкать.

Как будет двигаться тело, если на него совсем не будут действовать другие тела? Ответ на этот вопрос дал великий итальянский учёный Галилео Галилей (1564-1642): ***Если на тело не действуют другие тела, то оно либо находится в покое, либо движется прямолинейно и равномерно.*** Такое движение называют движением по инерции.

Явление сохранения скорости тела при отсутствии действия на него других тел называется инерцией (латинское слово, означает «неподвижность», «бездеятельность»).

Реально на любое тело почти всегда действуют другие тела. Телега или сани без лошади останавливаются, потому что на них действует сила трения.

Сделаем уточнение: мы будем рассматривать движение тел на Земле относительно Земли. Почему это важно? Рассмотрим, например, кирпич, лежащий на земле. Относительно Земли (нашей планеты) он неподвижен, т.е. окружающие тела не изменяют его скорость. Но если мы будем проезжать мимо этого кирпича на поезде, который меняет свою скорость относительно Земли (разгоняется или тормозит), то мы увидим, что скорость кирпича относительно поезда меняется со временем. Получается, что скорость кирпича относительно Земли не меняется, а относительно поезда меняется. Значит, нужно как-то уточнить формулировку закона об инерции. Великий английский физик Исаак Ньютон (1643-1727) развил идеи Галилея и сформулировал более точные законы механики. Механику Ньютона мы будем изучать в старших классах. А пока представим, что мы живём до Ньютона, и в этой теме будем рассматривать движение земных тел относительно Земли.

В физике часто не указывают, какое тело и как действует на данное тело, а говорят, что **на тело действует сила** или к **телу приложена сила**. Понятие силы вводится потому, что так удобнее описывать физические явления.

Представим, что у нас есть пружина. Один конец мы закрепили, а на другом конце есть кольцо (рис. 10, слева). Потянем рукой за кольцо, немного растянув пружину (подействуем на пружину силой). Мы обнаружим, что на руку со стороны пружины также действует сила.

Рис. 10

Действие тела на другое тело не может быть односторонним. ***Оба тела действуют друг на друга – они взаимодействуют.***

Теперь соединим кольцо с двумя такими же пружинами и растянем их на такую же длину, как в первом случае (рис. 10, справа). Интуитивно ясно, что сила, действующая на руку со стороны кольца, в два раза больше, чем в первом случае. Если пружины три – сила в три раза больше, и т.д. Значит, **силу можно измерять.**

Действие силы зависит не только от её величины, но и от её направления. В зависимости от направления силы пружина будет растягиваться или сжиматься, дверь открываться или закрываться.

Величины, которые, кроме числового значения (модуля), имеют направление, называются векторными величинами.

Сила – векторная величина.

Векторные величины обозначают буквами со стрелкой, например $\vec{F}$, а модуль обозначают той же буквой, но без стрелки – F.

Большое значение имеет то, к какой точке тела приложена сила. Ручку двери прикрепляют как можно дальше от петель. Попробуйте открыть дверь, толкая её близко от петель, – это

сделать труднее, чем открывать дверь за ручку. Учитывая всё сказанное, можно дать такое определение:
Сила – это мера действия одного тела на другое. Это векторная величина, имеющая модуль, направление и точку приложения. Силу будем обозначать буквой $\vec{F}$.

Если рассматривать движение тел относительно Земли, то можно заметить, что **причиной изменения скорости тел является действие на них различных сил.** Мы знаем также, что скорость тела изменяется тем быстрее, чем меньше его масса. Исходя из этих фактов, выбрали единицу силы.
За единицу силы принята сила, которая за время 1 с изменяет скорость тела массой 1 кг на 1 м/с. Эта единица силы названа *ньютоном* в честь английского физика И. Ньютона. Сокращённое обозначение единицы силы ньютон – 1 Н.

§6. Сила тяжести

В предыдущей теме мы упоминали о том, что все тела во Вселенной притягиваются друг к другу. ***Взаимное притяжение всех тел во Вселенной называется всемирным тяготением.***
Для нас особенно важное значение имеет сила притяжения тел к планете, на которой мы живём, – к Земле. ***Сила, с которой Земля притягивает к себе тело, называется силой тяжести.***

Выясним, как сила тяжести связана с массой тела. Пусть у нас имеется большой кусок пластилина массой 1 кг. На него действует некоторая сила тяжести (мы пока не знаем, чему она равна). Возьмём ещё один кусок пластилина такой же массы 1 кг. На второй кусок пластилина действует такая же сила тяжести, как и на первый (если куски положить на чаши весов, то весы будут в равновесии). Сумма сил, действующих на два куска, в 2 раза больше силы, действующей на один кусок. Теперь слепим два куска в один. У нас будет одно тело, масса которого равна 2 кг, и на него действует сила тяжести, которая в 2 раза больше силы, действующей на тело массой 1 кг. Из этих рассуждений ясно, что **сила тяжести прямо пропорциональна массе тела**:

$$F = gm \qquad (9)$$

где g – некоторый коэффициент пропорциональности. Пока мы не знаем, чему он равен. Выяснить это можно с помощью опытов (подробнее об этом будет рассказано в 9 классе). Оказывается, что сила F = 1 Н равна силе тяжести, действующей на тело массой $m = \frac{1}{9{,}8}$ кг. Из формулы (9) выразим g (для этого разделим обе части равенства на массу m): $g = \frac{F}{m} = \frac{1\text{Н}}{\frac{1}{9{,}8}\text{кг}} = 9{,}8\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Теперь мы можем вычислить по формуле (9) силу тяжести, действующую на тело любой массы. Когда при расчётах не требуется большой точности, то можно округлять числа и считать $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

$$\boxed{g = 9{,}8\frac{\text{Н}}{\text{кг}} \approx 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}}$$

<u>Примечание.</u> В 9 классе мы узнаем, что $1\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Поэтому величину g часто выражают в $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и называют **ускорением свободного падения**: $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

§7. Сила упругости и вес тела

При деформации (изменении формы) многих тел возникает сила, стремящаяся вернуть тело в первоначальное (недеформированное) состояние. Предмет, поднятый над полом и затем от-

пущенный, падает, потому что на него действует сила тяжести. Однако на полу и на любой другой опоре тела лежат и не падают. Так происходит потому, что пол чуть-чуть, незаметно для глаза, прогибается (деформируется) в том месте, где лежит тело, и возникает сила упругости, направленная вверх. Именно сила упругости не даёт телу падать сквозь пол.
Сила, возникающая при деформации тела и стремящаяся вернуть тело в первоначальное состояние, называется силой упругости.
Вес тела – это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на горизонтальную опору или вертикальный подвес. Вес – та сила, которая деформирует опору или подвес. Вес обычно обозначают буквой P.

Получим формулу для силы упругости растянутой или сжатой пружины. Будем исходить из опыта. На рис. 11, а – нерастянутая пружина. На рис. 11, б к этой пружине приложили силу, и она растянулась на одно деление линейки. Затем приложили в 2 раза большую силу, и она растянулась на два деления линейки (рис. 11, в). И так далее. Приходим к выводу, что **приложенная к пружине сила пропорциональна удлинению пружины:**

$$F = kx \qquad (10)$$

где x – удлинение, а k – коэффициент пропорциональности. Он постоянный для данной пружины (если не слишком сильно растягивать) и называется ***коэффициентом жёсткости (или коэффициентом упругости) пружины.*** Единица коэффициента жёсткости пружины – 1 Н/м.
Так мы нашли простой способ измерять силу. Выбрав какую-нибудь силу за эталон, можно измерять другие силы с помощью пружины.

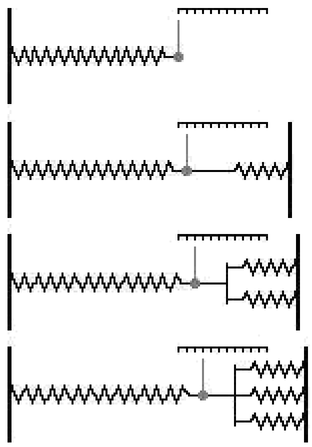


Рис. 11

Приборы для измерения силы называются динамометрами. Простейший динамометр – пружинный динамометр. Чтобы измерять силу в ньютонах, нужно проградуировать динамометр в ньютонах (проградуировать прибор – значит нанести на него шкалу с делениями).
Формула (10) выражает *закон Гука* для пружины: ***изменение длины пружины (удлинение или сжатие) пропорционально силе, растягивающей или сжимающей пружину.***
С помощью динамометра можно убедиться, что в опыте на рис. 11, б правая пружина действует на левую с такой же силой, с какой левая действует на правую. ***Два тела взаимодействуют друг с другом силами, равными по модулю и противоположными по направлению.***

§8. Равнодействующая сил

В большинстве случаев, с которыми мы встречаемся в жизни, на тело действует не одна, а сразу несколько сил. Во многих случаях можно заменить несколько сил, приложенных к телу, одной силой, равноценной по своему действию этим силам.
Сила, которая производит на тело такое же действие, как несколько одновременно действующих сил, называется равнодействующей этих сил.

Равнодействующая сил, направленных по одной прямой в одну сторону, направлена в ту же сторону, а её модуль равен сумме модулей составляющих сил:

$$R = F_1 + F_2 \qquad (11)$$

(буквой R обозначена равнодействующая сил F_1 и F_2).

Равнодействующая двух сил, направленных по одной прямой в противоположные стороны, направлена в сторону большей по модулю силы, а её модуль равен разности модулей составляющих сил:

$$R = F_2 - F_1 \qquad (12)$$

Если равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю, тело будет находиться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно. *Так происходит, например, в случае, когда на тело действуют две силы, равные по модулю и противоположные по направлению.* Это следствие из закона инерции (см. §5). Оно часто используется при решении задач: если в задаче какое-то тело покоится (находится в равновесии), то можно записать *условие равновесия* (равенство нулю равнодействующей всех сил).

§9. Сила трения

Когда санки, скатившись с горы, движутся по горизонтальному пути, их скорость постепенно уменьшается, а через некоторое время они останавливаются. Причина этому – сила трения.

Сила, возникающая при движении или смещении одного тела вдоль поверхности другого и направленная против движения или смещения, называется силой трения.

Одной из причин возникновения силы трения является шероховатость поверхностей соприкасающихся тел.

Другая причина трения – взаимное притяжение молекул соприкасающихся тел.

При скольжении одного тела по поверхности другого возникает сила трения, называемая силой трения скольжения. Такая сила возникает при движении саней и лыж по снегу.

Если тело не скользит, а катится по поверхности другого, то сила трения, возникающая при этом, называется силой трения качения. Такая сила возникает при движении колёс по дороге, брёвен или бочек по земле.

Пусть на полу стоит стол. Попробуем его передвинуть, постепенно увеличивая горизонтально прилагаемую к нему силу. Если на стол нажать слабо, то он не сдвинется с места. Почему? Действующая сила в этом случае уравновешивается силой трения между полом и ножками стола. Эта сила возникает тогда, когда ножки стола и пол чуть-чуть смещаются относительно друг друга, но в итоге остаются в неподвижном состоянии (ножки не начинают скользить по полу).

Сила трения, возникающая между телами, когда они не движутся относительно друг друга, называется силой трения покоя.

Сила трения покоя играет важную роль в мире. Без трения покоя ни люди, ни животные не могли бы ходить по земле, т.к. при ходьбе мы отталкиваемся ногами от земли. Когда трение между подошвой обуви и землёй (или льдом) мало, отталкиваться трудно, ноги при этом скользят. Сила трения покоя удерживает гвоздь, вбитый в доску, не даёт развязаться узлу на верёвке, удерживает нитку, которой сшиты два куска ткани.

Чем больше сила, прижимающая тело к поверхности, тем больше возникающая при этом сила трения.

Объединим силы, о которых мы узнали, в таблицу:

Сила	Формула
Сила тяжести	***F = gm*** ***(9)***
Сила упругости	***F = kx*** ***(10)*** *(закон Гука)*
Равнодействующая сил	$\boldsymbol{R = F_1 + F_2}$ ***(11)*** $\boldsymbol{R = F_1 - F_2}$ ***(12)***
Силы трения: трение скольжения, трение качения, трение покоя	*Пока без формул*

Задачи

44. На полу стоит чемодан массой m = 10 кг. Сделайте рисунок и нарисуйте стрелками все известные вам силы, действующие на чемодан. Чему равна каждая из этих сил?

45. Масса автомобиля равна m = 1 т. Чему равна сила тяжести, действующая на автомобиль? Чему равна сила, с которой автомобиль действует на землю? Как называется эта сила? **В этой задаче и в следующих задачах этой темы** (кроме задачи 56) **можно считать** $\mathbf{g = 10}$ **Н/кг.**

46. Найдите силу тяжести, действующую на тело массой
а.) m = 10 г; б.) m = 10 т; в.) m = 60 кг.

47. Масса Эйфелевой башни в Париже равна m = 7175 т. Чему равен вес Эйфелевой башни?

48. Маша купила подсолнечное масло. Его объём равен V = 0,95 л. Чему равна сила тяжести, действующая на масло? Плотность подсолнечного масла равна ρ = 930 кг/м^3.

49. На столе лежит кубик, сделанный из сосны. Длина ребра кубика равна a = 5 см. Чему равна сила тяжести, действующая на кубик? Чему равна сила, действующая на кубик со стороны стола? Плотность сосны равна ρ = 400 кг/м^3.

50. Рабочий, масса которого равна m_1 = 60 кг, держит в руках груз, масса которого равна m_2 = 30 кг. С какой силой рабочий давит на землю? Как называется эта сила?

51. Сила тяжести, действующая на человека, равна F = 700 Н. Чему равна масса этого человека?

52. На деревянный шар, объём которого равен V = 450 см^3, действует сила тяжести F = 1,8 Н. Чему равна плотность дерева, из которого сделан этот шар? Пользуясь таблицей, определите, из какого дерева сделан этот шар.

53. Ученик взял пружину, коэффициент жёсткости которой равен k = 20 Н/м, и растянул её на величину x = 4 см. Найдите силу, действующую на пружину со стороны руки ученика, и силу, действующую на руку со стороны пружины.

54. На пружине, коэффициент жёсткости которой равен k = 150 Н/м, подвесили груз массой m = 300 г. На сколько увеличилась длина пружины?

55. Дубовый брус квадратного сечения длиной L = 3 м со стороной основания a = 14 см положили на две пружины (рис. 12). Коэффициент жёсткости каждой пружины равен k = 1000 Н/м. На сколько уменьшилась в результате этого длина каждой пружины? Плотность дуба равна ρ = 700 кг/м^3.

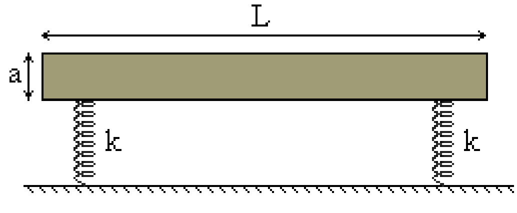


Рис. 12

56. На рис. 13 показано, как градуируют динамометр, подвешивая на его крюк грузы массой m = 102 г (сначала один груз, потом ещё один такой же груз и т.д.). Чему равна цена деления динамометра? Чему равен коэффициент жёсткости пружины, если известно, что расстояние между двумя соседними делениями равно x = 2 см? В этой задаче пользуйтесь более точным значением $g = 9{,}8$ Н/кг.

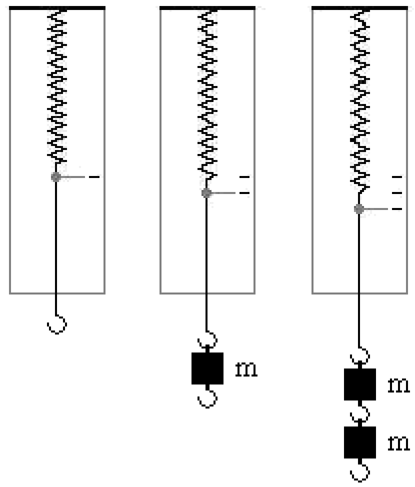


Рис. 13

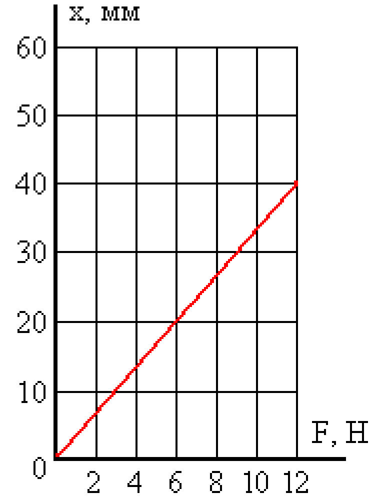


Рис. 14

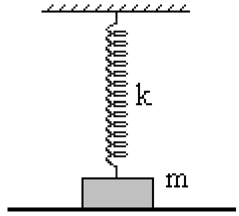


Рис. 15

57. Длина шкалы динамометра равна L = 15 см, а коэффициент жёсткости пружины внутри него равен k = 80 Н/м. Какую максимальную силу можно измерить с помощью такого динамометра?

58. На рис. 14 изображён график зависимости удлинения пружины от приложенной к ней силы. Определите коэффициент жесткости этой пружины.

59. Для пружины, коэффициент жёсткости которой равен k = 60 Н/м, постройте график зависимости удлинения от приложенной силы.

60. На рис. 15 изображён груз массой m = 1,5 кг, лежащий на подставке. К нему прикреплена пружина с коэффициентом жесткости k = 100 Н/м, растянутая на величину x = 5 см. С какой силой груз давит на подставку?

61. На столе стоит штатив, к горизонтальной рейке которого подвешена пружина (рис. 16). Ученик подвешивал к концу пружины грузики разной массы и установил, что минимальная масса грузика, который опускается до стола и не отрывается от него, равна m_0 = 400 г. Ученик продолжал увеличивать массу грузика. Постройте график зависимости силы, с которой грузик давит на стол, от его массы. Размеры всех грузиков одинаковы.

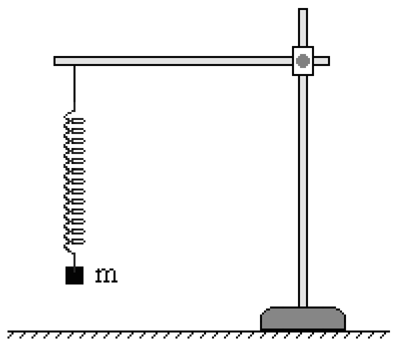


Рис. 16

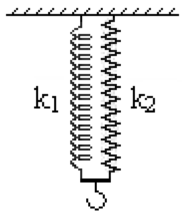


Рис. 17

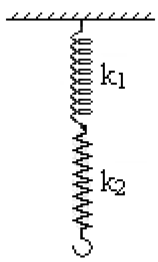


Рис.18

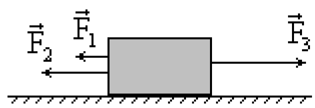


Рис. 19

62. На рис. 17 изображены две пружины с коэффициентами жёсткости k_1 = 40 Н/м и k_2 = 80 Н/м. Пружины расположены близко друг к другу и соединены снизу. Определите общий коэффициент жёсткости получившейся конструкции.

63. Две пружины с коэффициентами жёсткости k_1 = 60 Н/м и k_2 = 120 Н/м соединены так, как показано на рис. 18. Определите общий коэффициент жёсткости получившейся конструкции.

64. На столе (рис. 19) лежит деревянный брусок, к которому приложены три силы: F_1, F_2, F_3, и при этом брусок покоится. Определите, действует ли на брусок сила трения покоя, и если да, то чему она равна и куда она направлена, для случаев:
а.) $F_1 = 2{,}5$ Н, $F_2 = 3{,}5$ Н, $F_3 = 5$ Н.
б.) $F_1 = 1{,}8$ Н, $F_2 = 4{,}4$ Н, $F_3 = 6{,}5$ Н.
в.) $F_1 = 4$ Н, $F_2 = 7$ Н, $F_3 = 11$ Н.

65. В трубе диаметра d = 20 см находится очень лёгкий поршень (его массой можно пренебречь), который может скользить вверх и вниз без трения (рис. 20). Расстояние от поршня до верхнего конца трубы равно h = 20 см. Поршень подвешен на пружине с коэффициентом жёсткости k = 400 Н/м. В трубу медленно наливают воду. Какой объём воды нужно налить, чтобы вода достала до верхнего конца трубы? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Объёмом пружины в трубе пренебречь.

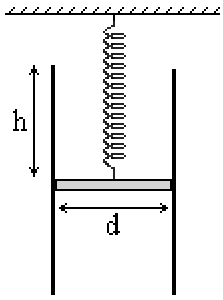


Рис. 20

Подсказки

44. [1] На чемодан действуют две силы: сила тяжести и сила упругости со стороны пола (сила упругости не даёт чемодану «падать сквозь пол»). Так как чемодан покоится, силы тяжести и упругости равны друг другу. Сила тяжести вычисляется по формуле (9), а сила упругости равна ей.
45. [1] Сила тяжести вычисляется по формуле (9). Сила, с которой тело действует на опору или подвес, называется весом. Если тело покоится относительно горизонтальной опоры или подвеса, то вес равен силе тяжести (вес деформирует опору и вызывает силу упругости, которая уравновешивает силу тяжести). В таких случаях вес тоже рассчитывается по формуле (9).
46. [1] Действуйте по формуле (9).
47. [1] Действуйте снова по формуле (9).
48. [2] Сначала нужно вычислить массу масла. Напомним, что если известны объём и плотность, то масса вычисляется по формуле (7). Зная массу, вычисляйте силу тяжести по формуле (9).
49. [2] Как и в предыдущей задаче, сначала нужно вычислить массу по формуле (7), а потом вес по формуле (9).
50. [1] Нужно рассчитать вес по формуле (9), подставив в неё общую массу рабочего и груза.
51. [1] Из формулы (9) выразите массу. Для этого нужно левую и правую части формулы разделить на величину g.
52. [2] Из формулы (9) выразите массу и найдите массу шара. Зная массу и объём, найдите плотность по формуле (5).
53. [1] Найдите силу упругости по формуле (10). Учтите, что два тела взаимодействуют друг с другом силами, равными по модулю и противоположными по направлению.
54. [2] Из формулы (10) выразите удлинение x. Так как груз находится в равновесии, сила упругости равна силе тяжести, действующей на груз.
55. [3] Сначала найдите объём бруса, потом массу бруса по формуле (7), потом силу тяжести по формуле (9). Сила тяжести уравновешивается двумя одинаковыми силами упругости пружин. Найдите силу упругости одной пружины, а потом воспользуйтесь формулой (10).

56. [2] Под действием одного груза пружина растянулась на одно деление. Значит, цена деления соответствует силе тяжести, действующей на один груз. Используйте (9). Далее, из формулы (10) выразите коэффициент жёсткости k и вычислите его.
57. [2] Максимальное удлинение пружины равно x = L = 15 см. Максимальную силу найдите по формуле (10).
58. [1] Чтобы вычислить коэффициент жесткости, выберите произвольное значение силы (например, F = 12 Н) и посмотрите, чему равно удлинение под действием этой силы. Разделите силу на удлинение и получите коэффициент жёсткости.
59. [1] Стройте график по точкам. Из предыдущей задачи ясно, что графиком будет прямая. Прямую можно построить по двум точкам.
60. [2] Сила, с которой груз давит на подставку, равна силе упругости, действующей со стороны подставки на груз. На груз, таким образом, действуют три силы: сила тяжести, сила упругости пружины и сила упругости подставки. Так как груз покоится, их равнодействующая равна нулю. Отсюда можно найти силу упругости подставки.
61. [4] Когда грузик минимальной массы коснулся стола, он ещё не давил не стол. Его сила тяжести уравновешивалась силой упругости пружины: $m_0g = kx = F$ (k и x не известны, но можно найти их произведение). Далее растяжение пружины не менялось, а значит, сила F тоже не менялась и всегда была равна $F = m_0g$.
Сила давления грузика массой m на стол равна $F_{давл} = mg - F$ (по аналогии с предыдущей задачей). Имеем: $F_{давл} = mg - F$;
$F_{давл} = mg - m_0g$. Теперь легко построить график.
62. [3] Представим, что конструкцию на рис. 15 растянули на величину x. На крюк со стороны первой пружины действует сила $F_1 = k_1x$, а со стороны второй пружины – сила $F_2 = k_2x$. Равнодействующая этих сил равна $F = F_1 + F_2 = k_1x + k_2x$. Из формулы (10) следует, что коэффициент жёсткости системы равен $k = \frac{F}{x} = \frac{k_1x + k_2x}{x} = \frac{(k_1 + k_2)x}{x} = k_1 + k_2$.
63. [4] Представим, что конструкцию на рис. 16 растянули некоторой силой F. Так как нижняя пружина находится в равновесии, то на неё со стороны верхней пружины действует сила, тоже равная F (массу пружин не учитываем, как и в предыдущих задачах). Значит, обе пружины растянуты с силой, равной F. Удлинение системы равно сумме удлинений каждой из пружин: $x = x_1 + x_2$. Пусть k – коэффициент жёсткости системы. По формуле (9), $F = kx = k(x_1 + x_2)$. Теперь x_1 и x_2 нужно выразить через F, k_1 и k_2: $x_1 = \frac{F}{k_1}$, $x_2 = \frac{F}{k_2}$. Эти выражения подставим в предыдущую формулу, F сократится, и можно будет выразить из получившегося равенства k.
64. [2] Равнодействующая всех сил, действующих на брусок, равна нулю. То есть, равнодействующая трех сил F_1, F_2 и F_3, уравновешивается силой трения покоя. Сила трения покоя равна по модулю равнодействующей сил F_1, F_2 и F_3 и противоположно им направлена.
65. [5] Сделайте два рисунка, один рядом с другим. Один рисунок повторяет рис. 20, а на другом нарисуйте конечное состояние системы: пружина растянулась и вода дошла до верхнего конца трубы. Отметьте на втором рисунке величины h и d, а также удлинение пружины x. Сила тяжести, действующая на воду, уравновешивается силой упругости пружины. Учитывая это, получите уравнение для неизвестной x. Выразите из него x. Потом, зная x, найдите объём воды в трубе.

Глава 2. Давление твёрдых тел, жидкостей и газов

Тема 4. Давление. Закон Паскаля. Гидростатическое и атмосферное давление

§ 10. Введение. Понятие давления

По рыхлому снегу человек идёт с трудом, глубоко проваливаясь при каждом шаге. Но, надев лыжи, он может идти по снегу, почти не проваливаясь. На лыжах или без лыж человек действует на снег с одной и той же силой, равной своему весу. Но действие этой силы в этих двух случаях различно, потому что различна площадь поверхности, на которую человек давит с лыжами и без лыж. Площадь поверхности лыжи намного больше площади подошвы. Поэтому человек на лыжах действует *на каждый квадратный сантиметр* снега с силой, во много раз меньшей, чем человек без лыж.

Результат действия силы зависит не только от её модуля, но и от площади той поверхности, перпендикулярно которой она действует.

Давление – величина, равная отношению модуля силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности:

$$\text{давление} = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}}\text{, или}$$

$$P = \frac{F}{S} \qquad (13)$$

где P – давление, F – сила, действующая на поверхность, S – площадь этой поверхности.

За единицу давления принимается такое давление, которое производит сила в 1 Н, действующая на поверхность площадью 1 м^2 перпендикулярно этой поверхности. Сокращённо эта единица записывается так: $1\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. В честь французского учёного Паскаля (1623-1662) единица давления $1\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ называется паскаль (обозначается Па).

$$1Па = 1\frac{Н}{м^2}.$$

Для дальнейшего нам будет удобно из формулы (13) выразить силу:

$$F = PS \qquad (14)$$

§ 11. Давление газа

Молекулы газа беспорядочно движутся. При своём движении они сталкиваются друг с другом, а также со стенками сосуда, в котором находится газ. Молекулы «бомбардируют» стенки сосуда такими очень частыми столкновениями.

Давление газа на стенки сосуда и на все тела, помещённые в газ, вызывается ударами молекул газа.

Газ давит на стенки сосуда по всем направлениям одинаково. То же самое можно сказать про жидкость (если имеются в виду участки стенок, находящиеся на одинаковой высоте). То есть, ***давление на площадку в жидкости или газе не зависит от ориентации этой площадки в пространстве.***

Давлением в некоторой точке жидкости или газа называется давление на небольшую площадку, произвольно ориентированную и помещённую вблизи этой точки.

Как зависит давление газа от его объёма и температуры?

1. При уменьшении объёма газа его давление увеличивается, а при увеличении объёма давление уменьшается, если масса и температура газа остаются неизменными.

2. При увеличении температуры газа его давление увеличивается, а при уменьшении температуры давление уменьшается, если масса и объём газа остаются неизменными.

Почему так происходит? При уменьшении объёма сосуда число молекул в каждом кубическом сантиметре сосуда увеличивается, и молекулы начинают чаще сталкиваться с его стенками. Поэтому давление возрастает. При нагревании газа увеличивается скорость движения его молекул (это мы рассмотрим подробнее в 8 классе). Поэтому каждая молекула сильнее ударяет по стенке при столкновении с ней, а значит, давление увеличивается.

§ 12. Передача давления жидкостями и газами. Закон Паскаля

Рассмотрим связь между давлениями в различных точках жидкости. Будем рассматривать неподвижную жидкость в неподвижном сосуде. Дополнительное давление в жидкости, возникающее из-за силы тяжести, учитывать не будем (представим, что жидкость находится в невесомости, далеко от Земли).

Представим, что жидкость находится в сосуде сложной формы (рис. 21). В сосуде есть поршень, на который действуют некоторой силой F. Выясним, как давление от поршня передаётся в разные точки жидкости. Выделим мысленно внутри жидкости очень тонкий цилиндр, ось которого проходит через точки A и B. Так как цилиндр не движется вверх или вниз (жидкость покоится), то силы, действующие на основания цилиндра равны друг другу: $F_A = F_B$ (напомним, что жидкость находится в невесомости и силы тяжести нет). Пусть S – площадь одного основания цилиндра. Применяя формулу (14), получим: $P_A S = P_B S$. S сокращается, и мы получаем: $P_A = P_B$. Давление в точках A и B одинаково. Аналогично доказывается равенство давлений в точках B и C и в точках C и D. Так мы приходим к выводу, что давление во всех точках внутри жидкости одинаково. Давление от поршня передаётся во все точки жидкости без изменений.

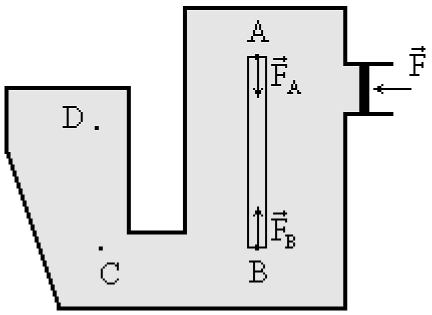


Рис. 21

Мы получили **закон Паскаля:** ***давление, оказываемое на жидкость в каком-либо одном месте на её границе, передаётся без изменения в каждую точку жидкости.***
Закон паскаля справедлив также и для газов.
Физическое обоснование закона Паскаля заключается в следующем. Частицы (молекулы или атомы) в жидкостях и газах обладают большой подвижностью. Благодаря этому в сосуде частицы жидкости или газа равномерно распределяются по всему объёму (в каждом кубическом миллиметре находится примерно одинаковое количество частиц). Поэтому частота ударов частиц о стенки сосуда одинакова на всех участках стенок. Если мы, действуя силой на поршень, немного вдавим поршень внутрь сосуда, то частицы расположатся в этом месте более плотно, чем вдали от поршня. Но, благодаря своей подвижности, частицы очень быстро опять распределятся по сосуду равномерно.

§ 13. Гидростатическое давление

На Земле на все тела действует сила тяжести. Под действием силы тяжести верхние слои жидкости действуют на нижние. Следовательно, в жидкости существует дополнительное давление, обусловленное силой тяжести, и оно увеличивается с глубиной.
Давление жидкости, обусловленное силой тяжести, называется гидростатическим давлением.

Выясним, чему равно гидростатическое давление в жидкости на глубине h. Рассмотрим сосуд с жидкостью (рис. 22). Для упрощения будем считать, что воздух из верхней части сосуда полностью откачан, поэтому сверху на жидкость не действует сила давления газа. Выделим мысленно внутри жидкости цилиндр, высота которого равна h, а площадь основания равна S. На цилиндр действуют сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила давления $\vec{F}_д$ со стороны окружающей жидкости, приложенная к нижнему основанию. На боковые стенки цилиндра тоже действуют силы давления, но в силу того, что цилиндр – симметричная фигура, их равнодействующая равна нулю. Так как цилиндр покоится, сила тяжести $\vec{F}_т$ равна по модулю силе давления снизу $\vec{F}_д$.

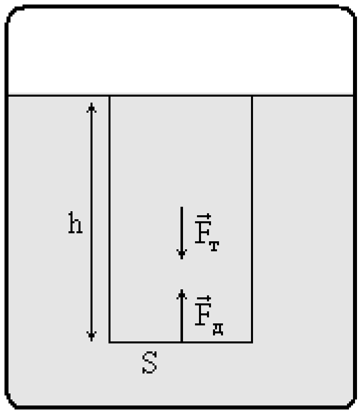


Рис. 22

Выразим силу тяжести через плотность жидкости ρ и размеры цилиндра.

$F_т = mg$, $m = V\rho$, $V = Sh$,

$m = \rho Sh$,

$F_т = \rho Shg$.

Сила давления снизу равна силе тяжести: $F_д = F_т = \rho Shg$.

Чему же равно давление у нижнего основания цилиндра? Вычислим его по формуле (13):

$P = \frac{F_д}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho hg$. Мы получили **формулу гидростатического давления:**

$$P = \rho gh \qquad (15)$$

Мы видели, что площадь S, введённая при выводе этой формулы, сокращается. Гидростатическое давление зависит только от плотности и от высоты столба жидкости. При выводе формулы (15) не обязательно рассматривать цилиндр, а можно рассмотреть любую фигуру с вертикальными стенками и горизонтальными основаниями.

Из закона Паскаля следует, что **давление внутри жидкости на одном и том же уровне (на одной и той же глубине) одинаково во всех точках.** Поэтому *формула* (15) *позволяет рассчитывать гидростатическое давление жидкости, налитой в сосуд любой формы.*

В газах тоже существует давление, аналогичное гидростатическому.

§ 14. Атмосферное давление

Земля окружена воздушной оболочкой, состоящей из смеси газов. Эта оболочка называется атмосферой. На воздух, как и на все тела на Земле, действует сила тяжести. Под действием силы тяжести верхние слои воздуха действуют на нижние (подобно жидкостям). Благодаря этому существует атмосферное давление.

Атмосферное давление – давление воздуха, обусловленное силой тяжести.

Чему же равно атмосферное давление у поверхности Земли? С помощью измерений установлено, что атмосферное давление в местностях, лежащих на уровне моря, в среднем равно $P_{атм}$ = 101300 Па. Это давление назвали нормальным атмосферным давлением.

Нормальным атмосферным давлением называется давление воздуха, равное **$P_{атм}$ = 101300 Па.**

Атмосферное давление часто измеряют в миллиметрах ртутного столба (мм рт. ст.) или гектопаскалях (гПа). 1 мм рт. ст. – это величина, равная гидростатическому давлению столба ртути высотой h = 1 мм. Чтобы перевести его в паскали, нужно воспользоваться формулой (15), подставив туда плотность ртути ρ = 13600 кг/м^3:

$$P = 13600\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot 9{,}8\frac{\text{Н}}{\text{кг}}\cdot 0{,}001\text{м} \approx 133{,}3\ \text{Па}.$$

1 мм рт. ст. = 133,3 Па, 1 гПа = 100 Па.

101300 Па = 760 мм рт. ст., то есть **нормальное атмосферное давление равно 760 мм рт. ст.**

При решении задач часто округляют числа и считают **$P_{атм}$ = 100000 Па = 10^5 Па.**

В отличие от жидкостей, газы легко сжимаются. При сжатии вещества его плотность увеличивается (т.к. число молекул остаётся прежним, а объём уменьшается). Поэтому давление газа рассчитывать несколько сложнее, чем давление жидкости. Давление жидкости можно рассчитать по формуле (15), считая плотность ρ одинаковой во всех точках. В газах плотность зависит от высоты (в верхних слоях плотность меньше, чем в нижних). Поэтому для расчёта давления газа формулы (15) недостаточно. Мы пока не будем рассчитывать давление газа. Отметим, что на высоте 5,5 км атмосферное давление примерно в 2 раза меньше, чем у поверхности Земли, а на высоте 11 км – примерно в 4 раза меньше. Давление в пределах комнаты и давление газов в баллонах можно с большой точностью считать одинаковым по всему объёму.

Величина атмосферного давления может показаться удивительно большой. На каждый квадратный метр любой поверхности воздух давит с силой F = 101300 Н! Однако наш организм не чувствует «огромной давящей силы». Дело в том, что организм каждого человека «привык» к этому давлению. С момента своего появления он рос рассчитанным на это давление. Кожа не сжимается под действием атмосферного давления потому, что изнутри на неё действует такое же давление сил упругости. Подобно этому, дверь не открывается и не закрывается сама, т.к. с обеих сторон на неё действует одинаковое давление. Весь организм работает при атмосферном давлении и чувствует только изменения давления (если сжать руку – мы это почувствуем, но мы не чувствуем атмосферного давления). Считается, что первым до существования большого атмосферного давления догадался и измерил его итальянский учёный Торричелли (1608-1647), ученик Галилея.

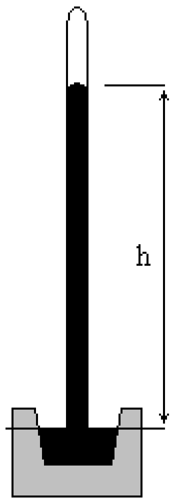


Рис. 23. Барометр Торричелли

Приборы для измерения давления называются манометрами, а приборы, сделанные специально для измерения атмосферного давления, называются барометрами.

На рис. 23 показан прибор, с помощью которого Торричелли измерил атмосферное давление. Стеклянную трубку длиной около 1 м, закрытую с одного конца, сначала полностью заполняют ртутью и закрывают второй конец. Потом трубку переворачивают, опускают в сосуд с ртутью и под ртутью открывают конец трубки. Часть ртути выливается из трубки, а оставшаяся часть уравновешивается атмосферным давлением. После этого давление легко вычислить по формуле (15).

Давление жидкости в любом сосуде обусловлено гидростатическим и атмосферным давлением.

Задачи

66. Мальчик массой m = 45 кг стоит на лыжах. Длина каждой лыжи L = 1,5 м, а ширина d = 8 см. Какое давление лыжи оказывают на снег?

67. Девочка вдавливает в доску кнопку, действуя на неё силой F = 30 Н. Площадь острия кнопки равна S = 0,3 мм^2. Найдите давление, производимое остриём кнопки.

68. Человек нажимает на лопату силой F = 500 Н. Какое давление оказывает лопата на почву, если ширина её лезвия равна a = 20 см, а толщина режущего края равна d = 0,5 мм?

69. Когда Саша встал на надувной матрас, давление воздуха внутри него увеличилось на величину $\Delta P = 16000$ Па. Общая площадь ступней Саши равна $S = 300$ см^2. Чему равна масса Саши?
(Δ – дельта, греческая буква. Обычно ей обозначают разность или изменение физических величин).
70. Масса автомобиля равна $m = 1$ т, а давление в камерах его колёс равно $P = 250000$ Па. Найдите площадь соприкосновения каждого колеса с полотном дороги. Считайте, что сила тяжести равномерно распределяется по четырём колёсам.
71. Давление пороховых газов в стволе пушки при выстреле равно $P = 1{,}3\cdot10^8$ Па, а внутренний диаметр ствола равен $d = 76$ мм. С какой силой пороховые газы давят на снаряд?
72. Сосновый цилиндр высоты $h = 12$ см стоит на столе. Какое давление он оказывает на стол? Плотность сосны равна $\rho = 400$ кг/м^3.
73. Высота мензурки равна $h = 20$ см. Чему будет равно давление на дно мензурки, если её заполнить
а.) водой? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.
б.) спиртом? Плотность спирта $\rho_с = 790$ кг/м^3.
в.) керосином? Плотность керосина $\rho_к = 0{,}8$ г/см^3.
Атмосферное давление не учитывать.
74. Гидростатическое давление воды на дно цилиндрической бочки радиуса $R = 28$ см равно $P = 6000$ Па. Найдите объём воды, налитой в бочку. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.
75. Чему равно гидростатическое давление в Каспийском море на глубине $h = 10$ м? Чему равно полное давление на этой глубине? Плотность морской воды равна $\rho = 1030$ кг/м^3.
76. Высота цистерны с бензином равна $h = 8$ м, а гидростатическое давление на дно полной цистерны равно $P = 56800$ Па. Вычислите плотность бензина.
77. На какой глубине в озере полное давление в $N = 1{,}5$ раза больше, чем на поверхности? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.
78. На рис. 24 изображена банка с мёдом. Чему равна разность давлений в точках A и B, если $h = 10$ см? Плотность мёда $\rho = 1350$ кг/м^3.

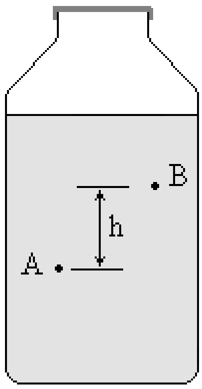


Рис. 24

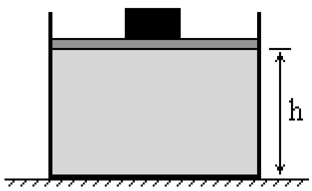


Рис. 25

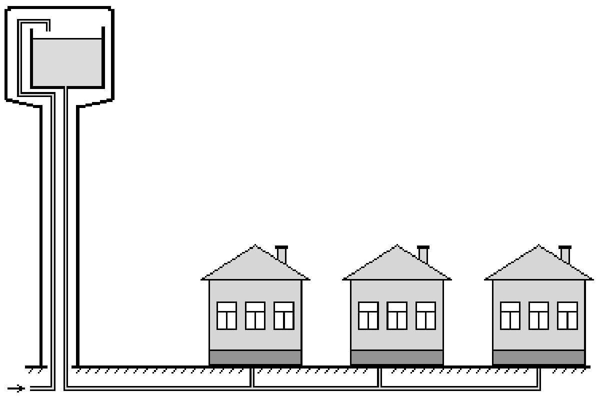


Рис. 26

79. На сколько давление воздуха у пола комнаты высотой $h = 3$ м больше, чем у потолка? Плотность воздуха приближённо считать не зависящей от высоты и равной $\rho = 1{,}29$ кг/м^3.
80. На поршень площадью $S = 0{,}1$ м^2, касающийся поверхности воды, положили груз массой $m = 10$ кг (рис. 25). Высота столба воды в сосуде под поршнем равна $h = 1$ м. Чему равно давление воды у дна сосуда? Чему равна сила давления воды на дно? Массой поршня и силами трения пренебречь.
81. Водолаз делает видеосъёмку подводного мира в море на глубине $h = 30$ м. С какой силой вода давит на стекло видеокамеры, если радиус объектива равен $r = 1$ см? Плотность морской воды равна $\rho = 1030$ кг/м^3.
82. Деревня снабжается водой с помощью водонапорной башни (рис. 26). В верхней части башни находится резервуар с водой. Высота башни вместе с резервуаром равна $h = 40$ м. Вы-

числите гидростатическое давление в водопроводных кранах домов (считайте, что во всех домах краны закрыты). Объясните, для чего нужна водонапорная башня.

83. Атмосферное давление измеряют барометром Торричелли. Какую минимальную длину должна иметь трубка барометра, если в нём вместо ртути используют воду? Как создать безвоздушное пространство (вакуум) в верхней части трубки, не имея сильных насосов?

84. В океане плавает льдина толщиной $h = 2$ м (рис. 27). Пользуясь тем, что сила тяжести льдины уравновешена давлением снизу, вычислите длину подводной и надводной частей льдины. Плотность морской воды $\rho_в = 1030$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3.

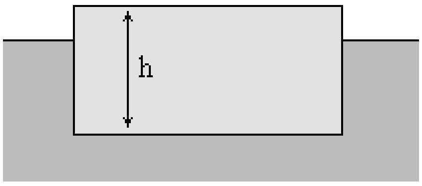


Рис. 27

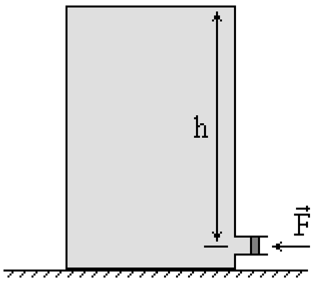


Рис. 28

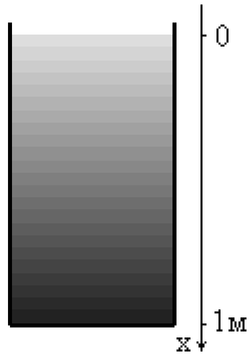


Рис. 29

85. На столе стоит сосуд, полностью заполненный водой (рис. 28). На небольшой поршень площадью $S = 30$ см^2 давят рукой с силой $F = 50$ Н. Крышка сосуда находится на высоте $h = 1$ м над поршнем. Найдите давление воды на крышку.

86. На земле лежит слой снега толщиной $h = 70$ см. Давление снега на землю (без учёта атмосферного давления) равно $P = 630$ Па. Погода морозная, и снег состоит из воздуха и льда. Определите, сколько процентов объёма снега занимает лёд, а сколько процентов – воздух. Плотность льда равна $\rho_л = 900$ кг/м^3.

87. Сосуд, имеющий форму куба, длина ребра которого равна $d = 1$ м, заполнен водой. С какой силой вода давит на боковую стенку сосуда? Атмосферное давление не учитывать.

88. (Сначала решите задачу 87). В сосуде находится неоднородная жидкость (рис. 29), плотность которой – линейная функция от координаты x: $\rho = \rho_0 + kx$, где $\rho_0 = 700$ кг/м^3, а $k = 200$ кг/м^4. Дно сосуда имеет координату $x_1 = 1$ м (см. рис).

1. Найдите гидростатическое давление на дно сосуда.
2. Найдите массу жидкости в сосуде, если известно, что площадь дна равна $S = 2$ дм^2.

89. В цилиндрический сосуд налита однородная жидкость. Жидкость равномерно нагрели, вследствие чего её объём увеличился на 2%. Изменилось ли гидростатическое давление на дно сосуда, и если да, то на сколько процентов?

Подсказки

66. [2] Найдите вес мальчика по формуле (9). Вес – это сила, с которой мальчик действует на лыжи, а лыжи, в свою очередь, действуют на снег. Зная силу и зная площадь двух лыж, найдите давление по формуле (13). Не забудьте перевести длину в метры.

67. [1] Сначала нужно площадь перевести в м^2, а потом вычислить давление по формуле (13).

68. [1] Сначала нужно вычислить площадь лезвия в м^2, а потом вычислить давление по формуле (13).

69. [2] Дополнительное давление ΔP уравновешивает вес Саши. Зная давление и зная площадь, вычислите вес Саши по формуле (14), а зная вес, вычислите массу, пользуясь формулой (9). Из формулы (9) нужно выразить массу алгебраическими действиями.

70. [2] Зная массу, найдите вес по формуле (9). Зная вес и зная давление, найдите общую площадь соприкосновения колёс с дорогой. Для этого нужно выразить из формулы (13) площадь алгебраическими действиями. Потом разделите площадь на 4 колеса.

71. [3] Сначала найдите площадь поперечного сечения ствола. Площадь поперечного сечения равна

$S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$. Обратите внимание: $R = \frac{1}{2}d$, но $S = \frac{1}{4}\pi d^2$, потому что в формуле для площади круга R стоит в квадрате. Зная площадь и зная давление, найдите силу по формуле (14).

72. [1] Воспользуйтесь формулой (15) или повторите вывод этой формулы, обозначая площадь основания цилиндра за S.

73. [1] Пользуйтесь формулой (15).

74. [2] Выразите из формулы (15) высоту h. Зная давление и плотность, вычислите высоту столба воды. Найдите площадь дна бочки по формуле $S = \pi R^2$. Зная площадь и высоту, найдите объём.

75. [2] Гидростатическое давление найдите по формуле (15). Полное давление в данном случае равно сумме гидростатического и атмосферного.

76. [2] Выразите плотность из формулы (15) и вычислите её.

77. [2] Учитывайте, что полное давление равно сумме гидростатического и атмосферного.

78. [2] Пусть давление воздуха под крышкой равно P_0. Давления P_A и P_B равны сумме гидростатического давления и давления воздуха P_0. Запишем: $P_A = \rho g h_A + P_0$, $P_B = \rho g h_B + P_0$. Составьте разность $P_A - P_B$, и вы увидите, что она вычисляется по формуле (15): $P_A - P_B = \Delta P = \rho g h$.

79. [2] Пользуйтесь формулой, полученной в предыдущей задаче: $\Delta P = \rho g h$.

80. [3] Полное давление равно сумме гидростатического давления (формула (15)), давления, оказываемого грузом (формула (13)) и атмосферного давления.

81. [3] Найдите полное давление – сумма гидростатического и атмосферного. Найдите площадь по формуле площади круга. Зная площадь и давление, найдите силу по формуле (14).

82. [3] Гидростатическое давление найдите по формуле (15). При ответе на второй вопрос учтите, что в течение суток бывают часы, когда жители деревни используют воду в большом количестве, а есть часы, когда воду почти не используют.

83. [2] Из формулы (15) выразите высоту h и вычислите высоту столба воды в водяном барометре Торричелли. Длина трубки должна хотя бы немного превосходить это значение. Ответ на второй вопрос содержится в рассказе о барометре Торричелли.

84. [3] Обозначьте площадь льдины за S, запишите алгебраическое выражение для массы льдины и её веса. Сила давления воды снизу выражается по формуле (14). Вес уравновешивается силой давления. Площадь S сокращается.

85. [4] Давление около поршня равно сумме давления под крышкой и гидростатического давления. С другой стороны, давление около поршня равно сумме давления, оказываемого рукой, и атмосферного давления. Учитывая это, составьте уравнение, из которого можно выразить давление под крышкой.

86. [4] Из формулы (15) выразите плотность и найдите среднюю плотность снега. Далее рассмотрим снег массой m. С одной стороны, $m = V_{общ}\rho$, где $V_{общ}$ – общий объём снега, ρ – средняя плотность. С другой стороны, $m = V_{льда}\rho_л$, где $V_{льда}$ – объём льда, $\rho_л$ – плотность льда. Приравнивая правые части записанных формул, имеем: $V_{общ}\rho = V_{льда}\rho_л$. Отсюда выразите отношение объёмов.

87. [5] Построим график зависимости гидростатического давления P от глубины h (рис. 30). Далее разобьём высоту вертикальной стенки сосуда на много маленьких отрезков. Длину каждого отрезка обозначим за Δh. Таким образом, вертикальную стенку мы разбили на много полосок длиной 1 м и высотой Δh. Так как каждая полоска узкая, давление во всех её точках можно приближённо считать одинаковым. Поэтому сила, действующая на одну полоску, примерно равна $F = PS = P\cdot\Delta h\cdot 1$ м. Нарисуем под графиком прямоугольники со сторонами P и Δh (рис. 30, а). Сила F, действующая на одну полоску, равна площади одного прямоугольника, умноженной на 1 м. Значит, сила, действующая на всю вертикальную стенку, примерно равна сумме площадей маленьких прямоугольников, умноженной на 1м.

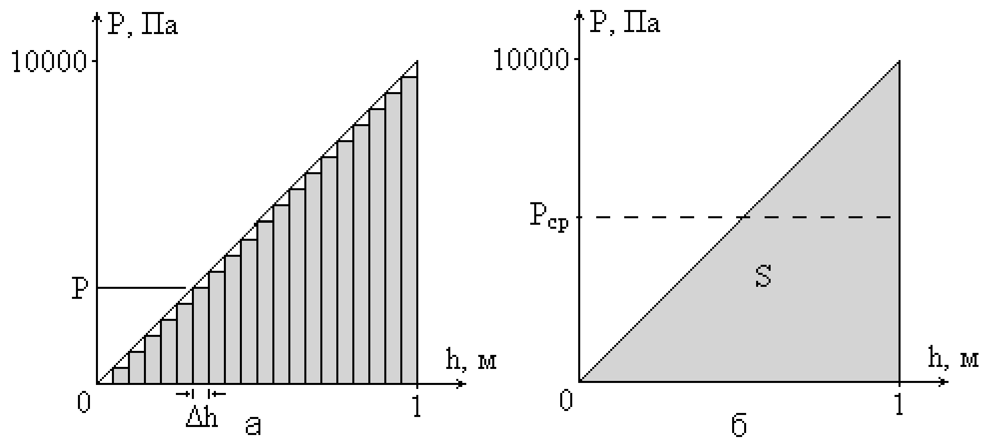


Рис. 30

Чем меньше ширина полоски Δh, тем точнее вычисляется сила, т.к. давление в точках одной полоски можно с большей точностью считать одинаковым. Из этих рассуждений следует, что *сила давления на боковую стенку равна площади фигуры под графиком* (в данном случае – треугольника)*, умноженной на 1 м*. Теперь вы легко найдёте эту силу: площадь треугольника равна половине площади прямоугольника со сторонами 1 м и 10000 Па («площадь» выражается в данном случае в Па·м).

Отметим, что мы нашли способ вычисления ***среднего давления***. Давление $P_{ср}$ является средним, если площадь прямоугольника, обозначенного пунктиром (рис. 30, б) равна площади фигуры под графиком (в данном случае – треугольника).

88. [5] Действуйте так же, как в задаче 87. Постройте график зависимости плотности от координаты. Пользуясь графиком, найдите среднюю плотность. После этого можно подставлять среднюю плотность во все известные вам формулы.

89. [3] Нужно учесть, что если объём (а вместе с ним – высота столба жидкости) увеличился на 2%, то есть в 1,02 раз, то плотность уменьшилась во столько же раз. Поэтому по формуле (15) … (сделайте вывод сами). А можно рассуждать так: вес жидкости не изменился, и площадь дна сосуда тоже не изменилась. Поэтому по формуле (13) …

Тема 5. Давление в быту и в технике. Сообщающиеся сосуды, гидравлические машины, манометры, насосы

§ 15. Сообщающиеся сосуды

Сообщающимися называются сосуды, которые имеют связывающие их каналы, заполненные жидкостью (рис. 31).

Закон сообщающихся сосудов: *в сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью и открытых сверху, поверхность жидкости устанавливается на одном уровне.*

Закон сообщающихся сосудов легко доказывается через закон Паскаля и формулу (15). Рассмотрим произвольно взятые точки A, B и C, находящиеся на одном уровне внутри жидкости. По закону Паскаля, давления в этих точках одинаковы: $P_A = P_B = P_C$. По формуле (15), $\rho g h_A = \rho g h_B = \rho g h_C$, откуда следует равенство $h_A = h_B = h_C$. А это означает, что поверхность жидкости устанавливается на одном уровне.

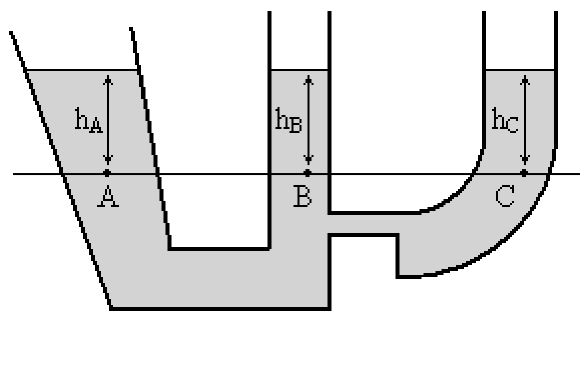


Рис. 31

Рассмотрим пример применения сообщающихся сосудов. На рис. 32 изображен ***сифон*** – устройство, которое можно увидеть под раковинами в квартирах. В левом колене сифона всегда остаётся вода. Эта вода не пропускает в квартиру запах из канализации.

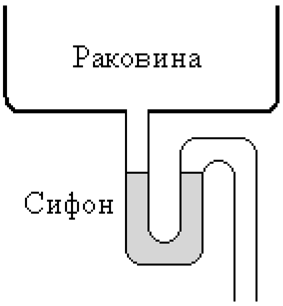


Рис. 32

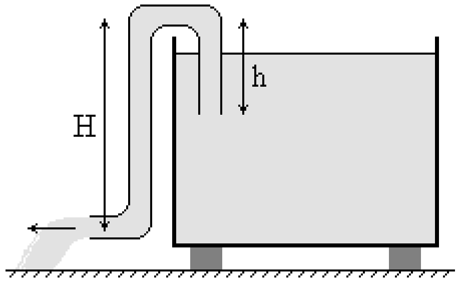


Рис. 33

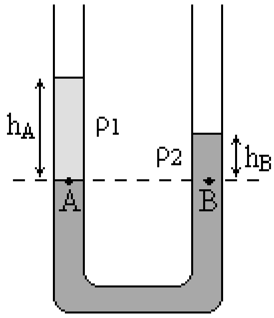


Рис. 34

Сифонная тяга. На рис. 33 изображён другой тип сифона. Трубка этого сифона полностью заполнена жидкостью (в сифоне раковины правое колено трубки обычно не полностью заполнено водой; кроме воды, в трубке присутствует воздух). На рис. 33 высота столба жидкости в левом колене трубки больше, чем в правом: $H > h$. Сила тяжести, действующая на жидкость в левом колене, больше силы тяжести, действующей на жидкость в правом. Поэтому в такой системе жидкость придёт в движение и будет выливаться из сосуда. Если бы правая трубка сифона доставала бы до дна сосуда, то из него вылилась бы почти вся жидкость.

Отметим, что если в сообщающихся сосудах находятся жидкости разной плотности, то их поверхности находятся на разных уровнях. На рис. 34 изображена U-образная трубка, в колена которой налиты несмешивающиеся жидкости разной плотности. Так как жидкость покоится, то по закону Паскаля, давления в точках A и B равны: $P_A = P_B$. По формуле (15), $\rho_1 g h_A = \rho_2 g h_B$, $\rho_1 h_A = \rho_2 h_B$.

§ 16. Простейшие манометры

В теме 4 говорилось, что приборы для измерения давления называются манометрами. Рассмотрим устройство *открытого жидкостного манометра.* Он состоит из U-образной стеклянной трубки, в которой налита какая-нибудь жидкость (рис. 35). К одному из колен стеклянной трубки подсоединена резиновая трубка, которая соединяет манометр с сосудом, в котором нужно измерить давление. На рис. 35 манометр соединён с цилиндрической коробкой, на одной стороне которой есть резиновая мембрана. Если нажимать пальцем на мембрану, давление воздуха в коробке увеличится. По закону Паскаля, увеличение давления передаётся воздуху в правом колене манометра. Под действием избыточного давления жидкость начнёт перемещаться: в левом колене жидкость опустится, а в правом – поднимется. Жидкость придёт в равновесие (остановится), когда избыточное давление воздуха уравновесится давлением избыточного столба жидкости в правом колене. Чтобы измерять давление этим прибором, остаётся нанести на него шкалу с делениями. Расстояние между делениями можно вычислить по формуле (15).

В технике часто встречается металлический манометр. Его главная часть – согнутая в круглую дугу металлическая трубка. Длина трубки увеличивается при увеличении давления в ней (трубка деформируется). При уменьшении давления трубка возвращается в исходное положение под действием сил упругости. Металлический манометр обычно имеет круглую шкалу со стрелкой. Конец трубки связан со стрелкой при помощи зубчатки и шестерёнки (рис. 36).

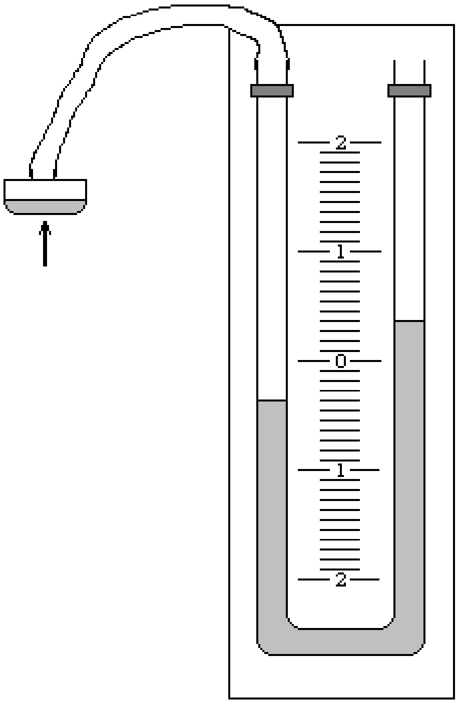


Рис. 35

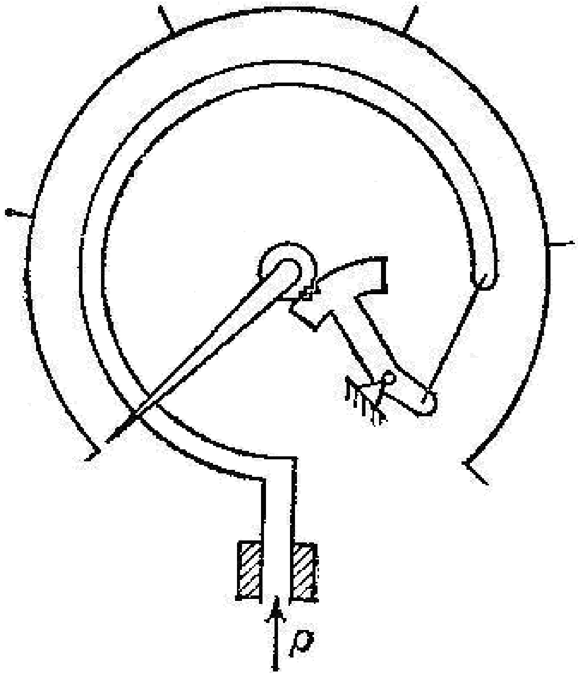


Рис. 36

§ 17. Простейшие насосы

Насосом называется устройство, перекачивающее жидкость или газ и увеличивающее или уменьшающее давление жидкости или газа.

В Древней Греции пользовались насосом, главной частью которого является винт Архимеда, помещённый в трубу. Архимед (287-212 гг. до нашей эры) – великий древнегреческий физик и математик. Винт Архимеда, помещённый в трубу, приводили во вращение, и он перемещал жидкость по трубе. Таким же образом устроена мясорубка: винт перемещает мясо к ножам. Различные модификации винта используются на кораблях и подводных лодках, в турбинах самолётов, в вентиляторах.

Рассмотрим ещё один простой и распространённый насос – поршневой насос (рис. 37). Этот насос состоит из цилиндра, внутри которого ходит вверх и вниз поршень 1, клапанов 2 и 3 и воздушной камеры 4.

Клапан – устройство, пропускающее при определённых условиях жидкость или газ в одном направлении и не пропускающее в обратном направлении. В велосипедных и автомобильных камерах стоят резиновые клапаны (ниппели).

Цикл работы такого насоса состоит из двух тактов.

Первый такт: поршень движется вверх, и вода из нижнего сосуда поступает в цилиндр под действием атмосферного давления.

Второй такт: поршень движется вниз. Под давлением воды в цилиндре клапан 2 закрывается, а клапан 3 открывается, как показано на рис. 37. Вода из цилиндра под поршнем переходит в сосуд справа.

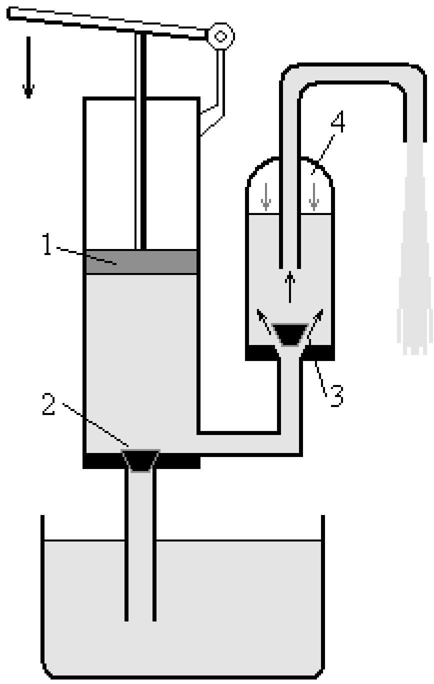


Рис. 37

Сосуд справа называется воздушной камерой. В его верхней части находится сжатый воздух. Сжатый воздух обеспечивает равномерность подачи воды. Если бы не было сжатого воздуха, то вода текла бы из трубы справа только во время второго такта, то есть подавалась бы рывками. Поршневой насос может работать и без воздушной камеры, но обязательно должны быть клапаны 2 и 3.
Велосипедные и автомобильные насосы для накачивания колёс – примеры поршневых насосов.
В современной науке и технике применяется множество насосов различных типов.

§ 18. Гидравлические машины
Гидравлические машины – это устройства, действие которых основано на законах движения и равновесия жидкостей. Рассмотрим машину, позволяющую ***получить выигрыш в силе.*** Основной частью этой машины служат два цилиндра с поршнями разного диаметра (рис. 38). Цилиндры соединены между собой трубкой. Высоты столбов жидкости в цилиндрах одинаковы, пока на поршни не действуют силы.

Пусть теперь на поршни действуют силы F_1 и F_2, а площади поршней равны S_1 и S_2. По формуле (13), давление первого поршня на жидкость равно $P_1 = \frac{F_1}{S_1}$, а второго поршня – $P_2 = \frac{F_2}{S_2}$ (атмосферное давление на оба поршня одинаково, поэтому его можно не учитывать). По закону Паскаля, $P_1 = P_2$. Следовательно, $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$. Отсюда выразим отношение сил:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} \qquad (16)$$

Сила F_2 во столько же раз больше силы F_1, во сколько площадь большого поршня больше площади малого. Отношение $\frac{F_2}{F_1}$ показывает выигрыш в силе.

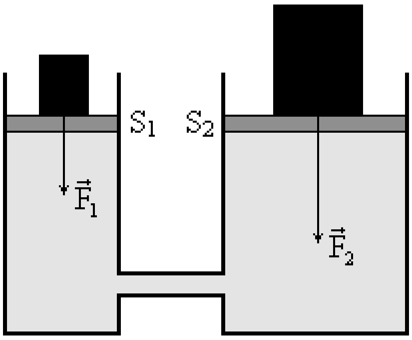


Рис. 38

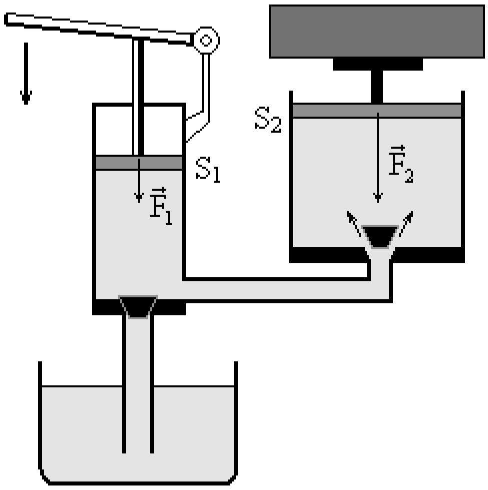


Рис. 39

Гидравлический пресс – машина, служащая для прессования (сдавливания) чего-либо. Гидравлические прессы применяют, например, для выжимания масла из семян, для прессования фанеры, картона, сена, для изготовления металлических деталей различной формы.
Гидравлический домкрат – машина, служащая для поднятия тяжёлых предметов. Работа гидравлического пресса и домкрата показана на рис. 39. Эти устройства работают подобно поршневому насосу, только жидкость в правом цилиндре поднимает поршень. Жидкостью обычно служит минеральное масло.

Задачи

90. Плотность керосина измеряют в опыте, показанном на рис. 40. В U-образную трубку сначала налили воду, а потом в левое колено влили керосин. При этом h_1 = 4 см, а h_2 = 3,2 см. Найдите плотность керосина, если известно, что плотность воды равна ρ_2 = 1000 кг/м^3.
91. В U-образную трубке налиты вода и две жидкости, плотности ρ_1 и ρ_2 которых меньше плотности воды (рис. 41). Найдите отношение плотностей ρ_1 и ρ_2, если h_1 = 6 см, а h_2 = 5,4 см.
92. В U-образную трубку налиты масло и керосин, так, что вода под ними находится на одном уровне (рис. 42). Вычислите h_1 и h_2, если известно, что d = 1 см. Плотность керосина равна ρ_1 = 800 кг/м^3, а плотность масла равна ρ_2 = 900 кг/м^3.

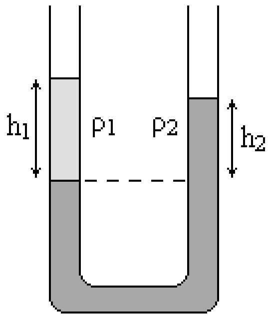


Рис. 40

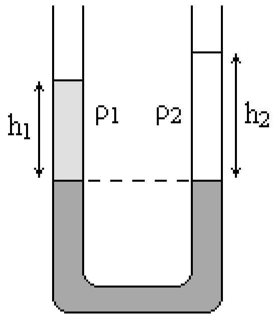


Рис. 41

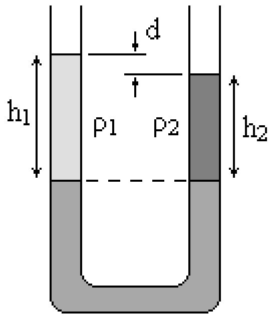


Рис. 42

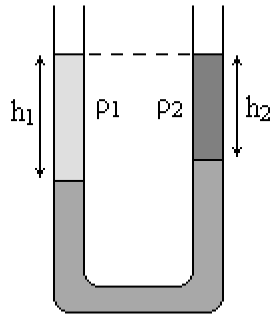


Рис. 43

93. В U-образную трубку налиты вода, керосин и бензин, так, что поверхности керосина и бензина находятся на одном уровне (рис. 43). Найдите высоту столба бензина h_2, если известно, что h_1 = 6 см. Плотность керосина ρ_1 = 800 кг/м^3, плотность бензина ρ_2 = 710 кг/м^3, плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.
94. В сосуды, соединённые трубкой с краном, налита вода (рис. 44). Гидростатическое давление в точке А равно P_A = 4000 Па, а в точке В – P_B = 1000 Па. Площадь поперечного сечения левого сосуда равна S_1 = 0,5 дм^2, а правого сосуда – S_2 = 6 дм^2. Какое гидростатическое давление установится в точках А и В, если открыть кран?

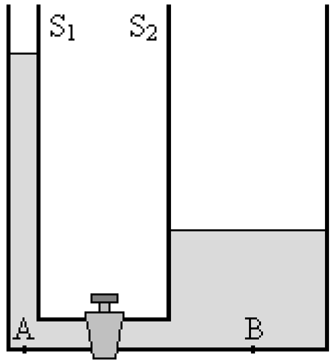


Рис. 44

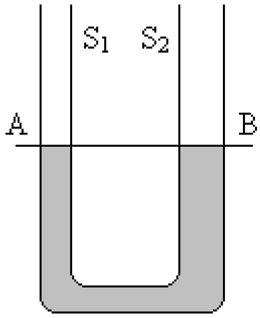


Рис. 45

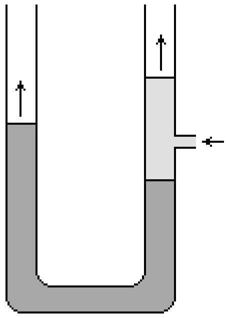


Рис. 46

95. Колена U-образной трубки имеют разные диаметры (рис. 45). Площадь поперечного сечения левого колена равна $S_1 = 2$ см^2, а правого колена – $S_2 = 5$ см^2. В трубку налита вода до уровня АВ. В другом сосуде имеется масло объёмом $V = 10$ см^3. На каком расстоянии от уровня АВ установятся поверхности воды и масла, если масло влить
а.) в левое колено трубки?
б.) в правое колено трубки?
Плотность масла $\rho_м = 900$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

96. U-образная трубка, оба колена которой имеют площадь поперечного сечения $S = 2$ см^2, имеет боковое ответвление (рис. 46). Через ответвление в трубку подают масло со скоростью $Q = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} = 0{,}4$ грамм в секунду. Кроме масла, в трубке находится вода. Найдите скорости подъёма уровней воды и масла (в см/с). Плотность масла $\rho_м = 900$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

97. Решите задачу 96 при условии, что скорость подачи масла через боковое ответвление равна $\upsilon = 1$ см/с, а диаметр боковой трубки равен $d = 4$ мм.

98. Определите цену малого деления манометра, изображённого на рис. 35, если жидкостью в трубке является вода, а расстояние между двумя соседними малыми делениями равно $d = 2$ мм. Какое давление показывает манометр?

99. Можно ли с помощью какого-нибудь насоса качать по трубе воду из колодца, глубина которого равна $h = 15$ м, если насос расположить
а.) сверху колодца?
б.) около дна колодца?

100. На рис. 47 схематически показан пружинный клапан парового котла, выпускающий пар из котла, когда его давление превышает определённое значение. Вычислите давление, при котором клапан открывается, если длина цилиндра клапана равна $L = 8$ см, его радиус равен $r = 4$ мм, а коэффициент жесткости пружины равен $k = 1250$ Н/м.

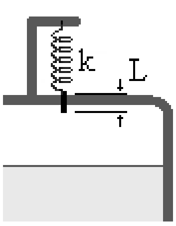


Рис. 47

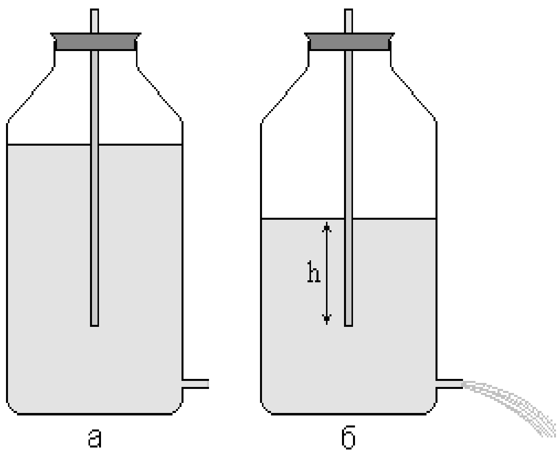


Рис. 48

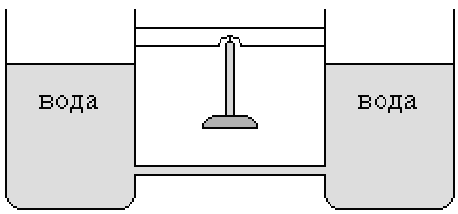


Рис. 49

101. На рис. 48 изображено устройство под названием *сосуд Мариотта*. В воду опущена трубка, продетая через крышку. Вначале давление воздуха под крышкой равно атмосферному: $p_{атм} = 10^5$ Па (рис. 48, а). Потом открывают горизонтальную трубку, и вода начинает вытекать. Устанавливается постоянная небольшая скорость вытекания. В некоторый момент уровень воды находится на высоте $h = 20$ см над концом трубки (рис. 48, б). Найдите давление воздуха под крышкой в этот момент. Объясните, за счёт чего скорость вытекания воды поддерживается постоянной.

102. Система, изображённая на рис. 49, состоит из двух сообщающихся сосудов и симметрична относительно вертикальной плоскости. В систему налита вода, и она уравновешена на тонкой опоре. В сосуды опускают гири одинаковой массы: в левый сосуд – свинцовую, а в правый – алюминиевую. Центры гирь равноудалены от плоскости симметрии. Сохранится ли равновесие, и если нет, то какой сосуд перевесит? Плотность алюминия $\rho_а = 2700$ кг/м^3, плотность свинца $\rho_с = 11{,}3$ г/см^3.

103. На рис. 50 схематически изображён *барометр Ломоносова* (М.В. Ломоносов (1711-1765) – выдающийся русский учёный, основоположник развития науки в России, основатель Московского Университета). Объясните, как он работает и в чём его преимущество перед барометром Торричелли. Определите, где на этом барометре следует расположить шкалу.

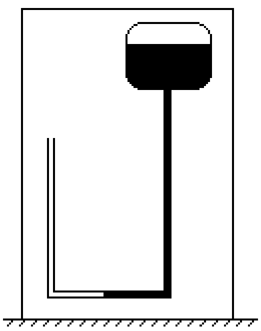


Рис. 50

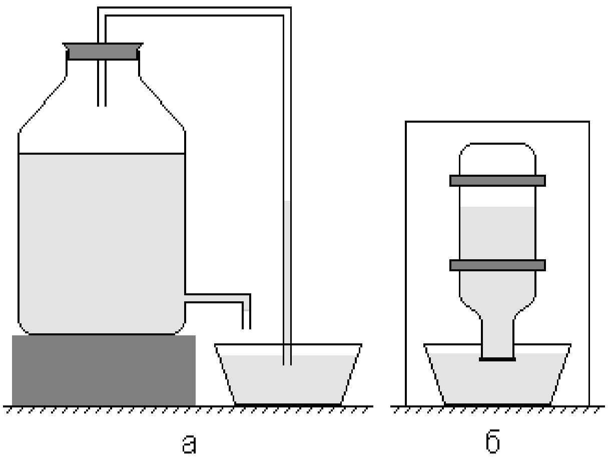


Рис. 51

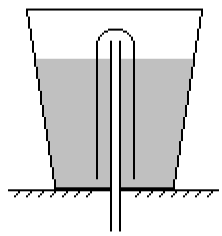


Рис. 52

104. На рис. 51 показаны две конструкции автоматической поилки для птиц. Объясните, как они работают.

105. Устройство, изображённое на рис. 52, называется *двойной сифон*. Объясните, в чём заключается его работа.

106. Разгадайте, какое устройство изображено на рис. 53 и как оно работает.

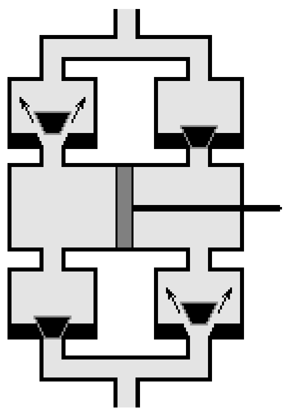


Рис. 53

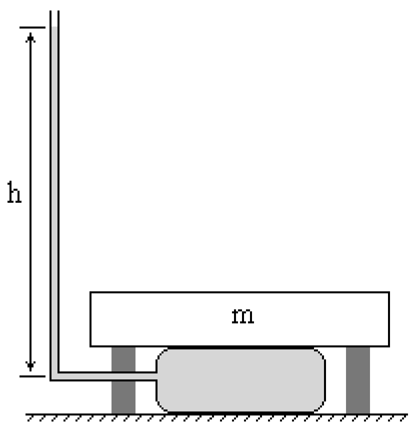


Рис. 54

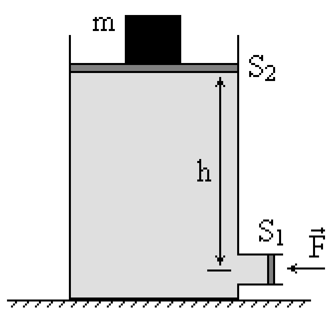


Рис. 55

107. Площадь малого поршня гидравлического домкрата равна $S_1 = 0,8$ см^2, а большого – $S_2 =$ 40 см^2. Какую минимальную силу нужно приложить к малому поршню, чтобы поднять груз массой m = 800 кг? Груз опирается только на домкрат (как на рис. 39), трением в домкрате пренебречь.
108. В листе металла требуется выдавить углубление площадью S = 600 см^2. Это делают с помощью гидравлического пресса, площадь малого поршня которого равна $S_1 = 2$ см^2, а большого – $S_2 = S$. На металл при этом действует сила F = 30 кН. Какая сила действует на малый поршень пресса?
108. Площадь малого поршня гидравлического пресса равна $S_1 = 5$ см^2, а большого – $S_2 = 500$ см^2. На малый поршень действует сила $F_1 = 1200$ Н. С какой силой большой поршень действует на прессуемый материал?
110. Какую максимальную массу можно поднять гидравлическим домкратом, если площадь малого поршня равна $S_1 = 1,2$ см^2, большого – $S_2 = 1440$ см^2, а сила, действующая на малый поршень, может достигать значения $F_1 = 900$ Н? Трением пренебречь.
111. Радиус малого поршня гидравлического пресса равен $R_1 = 1$ см, а большого поршня – $R_2 = 60$ см. Какой выигрыш в силе даёт этот пресс?
112. На малый поршень гидравлического пресса действует сила $F_1 = 1000$ Н, а площадь большого поршня этого пресса равна $S_2 = 1$ м^2. При этом давление жидкости внутри пресса в N = 2,5 раза больше нормального атмосферного давления. Найдите площадь малого поршня и силу, с которой большой поршень действует на прессуемый материал.
113. Балку массой m = 600 кг приподняли с помощью *гидравлической подушки* (рис. 54). При этом высота столба воды в шланге, присоединённом к подушке, была равна h = 2 м. Найдите площадь соприкосновения подушки с балкой.
114. На рис. 55 груз массой m = 30 кг стоит на поршне площадью $S_2 = 0,6$ м^2. Под поршнем находится вода. С какой силой экспериментатор давит рукой на малый поршень площадью $S_1 = 16$ см^2, если h = 0,5 м?
115. На столе стоят три сосуда с одинаковой площадью дна (рис. 56). В сосуды налита вода до одного уровня. Одинаковы ли силы, с которыми вода давит на дно сосудов? Если нет, то расположите силы в порядке возрастания.

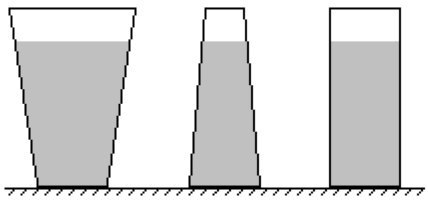


Рис. 56

Подсказки

90. [2] Из того, что вода ниже уровня, обозначенного пунктиром, неподвижна, следует, что давление в левом и правом колене на этом уровне одинаково. Запишите формулу (15) для левого и правого столбов жидкости и приравняйте давления. Из полученного равенства выразите ρ_1.
91. [2] Из того, что вода ниже уровня, обозначенного пунктиром, неподвижна, следует, что давление в левом и правом колене на этом уровне одинаково. Запишите формулу (15) для левого и правого столбов жидкости и приравняйте давления. Из полученного равенства отношение плотностей.
92. [2] Из того, что вода ниже уровня, обозначенного пунктиром, неподвижна, следует, что давление в левом и правом колене на этом уровне одинаково. Запишите формулу (15) для левого и правого столбов жидкости и приравняйте давления. Составьте уравнение, в которое будет входить, например, d и h_2, и решите его.
93. [3] Проведите снизу на рисунке ещё один пунктир, соответствующий уровню керосина. Далее действуйте аналогично задачам 90, 91 и 92.

94. [4] Сначала нужно найти общий объём воды в сосудах, не считая воды в соединительной трубке. Для этого по формуле (15) нужно найти высоту столба воды в каждой трубке и умножить на площадь сечения. Зная объём воды и общую площадь сечений сосудов, найдите высоту уровня воды после открытия крана. После этого снова примените формулу (15).

95. [4] При наливании масла в одно из колен трубки уровень воды в этом колене опустится, а в другом колене – поднимется. Свяжите длину опускания с длиной подъема (обозначьте эти длины какими-нибудь буквами), учитывая, что объём «опустившейся» воды равен объёму «поднявшейся». После этого применяйте формулу (15).

96. [5] Пусть в момент времени $t_0 = 0$, когда в трубке находилась только вода, начали подавать масло через боковую трубку. Вычислите, на сколько поднимутся над начальным уровнем уровни воды и масла спустя некоторое время t (обозначьте эти величины, например, h_1 и h_2), и разделите эти величины на время t. Так вы получите скорость. Чтобы вычислить h_1 и h_2, действуйте так же, как в задаче 95, только здесь проще – диаметры колен трубки одинаковы. Объём вычисляйте по формуле (8).

97. [5] Объём масла, вытекающего из боковой трубки в единицу времени, равен произведению площади сечения на скорость. Чтобы доказать это, рассмотрите цилиндр из масла, выходящий из трубки за некоторое время t.

98. [3] Пользуйтесь формулой (15) и учтите, что жидкость в правом колене поднимается на столько же, на сколько опускается в левом. Поэтому при поднятии жидкости на одно деление возникает избыточный столб жидкости длиной в два деления.

99. [2] Если насос расположен сверху, то вода поднимается за счёт атмосферного давления. Максимальную высоту, на которую атмосферное давление может поднять воду, вычислите по формуле (15), для точности возьмите g = 9,8 Н/кг. Насос, расположенный снизу, может создать внизу в принципе любое давление. Поэтому нет никаких ограничений для подъёма воды (кроме силы насоса).

100. [3] Вычисляйте давление по формуле (13). Вычислите площадь, зная радиус. Силу нужно вычислить по формуле (10) (закон Гука для пружины). Учтите, что снаружи на клапан действует атмосферное давление.

101. [4] Сразу после открывания трубки воздух над водой начнёт расширяться, а его давление понижаться. Это приведёт к тому, что через вертикальную трубку в сосуд будет пузырьками входить воздух. Так как он входит достаточно медленно, давление на нижнем конце трубки постоянно и равно атмосферному. С другой стороны, давление на нижнем конце трубки равно сумме давления воздуха под крышкой и гидростатического давления. Пользуясь этим, составляйте уравнение.

Скорость поддерживается постоянной за счёт того, что давление вблизи горизонтальной трубки поддерживается постоянным.

102. [4] Плотность свинца больше плотности алюминия, поэтому объём свинцовой гири меньше алюминиевой. Уровень воды в сосудах установится одинаковый, но часть воды перетечёт из одного сосуда в другой, потому что свинцовая гиря занимает меньше места, чем алюминиевая. Далее сделайте вывод сами.

103. [4] Барометр Ломоносова позволяет измерять даже очень малые изменения атмосферного давления с большой точностью. При изменении атмосферного давления высота ртути в большой колбе изменяется. Небольшому изменению высоты ртути в колбе соответствует значительное перемещение ртути в тонкой трубке, так как объём ртути сохраняется постоянным (вспомните задачи 94 и 95).

Шкалу следует расположить около горизонтальной части трубки.

104. [3] В обеих конструкциях вода удерживается в бутыли атмосферным давлением. Порции воды выливаются из бутыли, когда давление в её верхней части повышается. В конструкции а это происходит за счёт притока воздуха через длинную трубку, а в конструкции б в бутыль входят пузырьки воздуха.

105. [3] В сосуд, в котором укреплён этот сифон, можно наливать воду до тех пор, пока она не заполнит всю внешнюю (толстую) трубку. После этого возникнет сифонная тяга, и жидкость будет выливаться из сосуда, пока не выльется вся.

106. [2] На рис. 50 изображён насос, качающий воду снизу вверх.

107. [2] Пользуйтесь формулой (16) и связью массы и силы тяжести (формула (9)).
108. [1] Пользуйтесь формулой (16).
109. [1] Пользуйтесь формулой (16).
110. [2] Пользуйтесь формулой (16) и связью массы и силы тяжести (формула (9)).
111. [3] Пользуйтесь формулой (16) и учтите, что площадь пропорциональна квадрату радиуса (по формуле площади круга). Запишите формулу площади круга для обоих поршней и поделите одно выражение на другое.
112. [3] Если давление жидкости внутри пресса равно атмосферному, то поршни находятся в равновесии при отсутствии каких-либо сил (кроме сил атмосферного давления и давления жидкости изнутри). Поршни начинают давить на прилегающие к ним тела при наличии избыточного давления. В данной задаче избыточное давление в 1,5 раза больше атмосферного. Зная избыточное давление, можно найти S_1 и F_2, пользуясь формулой (13).
113. [3] Площадь нужно выразить из формулы (13), а давление найти по формуле (15).
114. [4] Давление около малого поршня равно сумме давления под большим поршнем и гидростатического давления. С другой стороны, давление около поршня равно сумме давления, оказываемого рукой, и атмосферного давления. Атмосферное давление действует также на большой поршень сверху. Поэтому в уравнении, которое вы получите, атмосферное давление одинаково входит в обе части, и его можно вычесть из обеих частей.
115. [3] Полное давление воды у дна всех трёх сосудов одинаково, и площади дна одинаковы, а значит, одинаковы и силы. Может показаться, что, поскольку площади поверхностей воды разные, должен возникать эффект, подобный гидравлическому прессу. Действительно, силы атмосферного давления на поверхности воды разные. Но во сколько раз больше сила, во столько же раз больше и площадь, поэтому давление во всех случаях одинаково.

Тема 6. Плавание тел. Закон Архимеда

§ 19. Сила Архимеда

Известно, что под водой любой тяжелый предмет, например, камень или металлическую деталь, поднимать и удерживать легче, чем в воздухе. Если погрузить в воду деревянный предмет и отпустить, то он всплывёт. Почему это происходит? На все участки тела, погружённого в жидкость, действуют силы давления. Деревянный предмет всплывает потому, что равнодействующая сил давления направлена вверх.

Выясним, как можно рассчитать равнодействующую сил давления и доказать путём рассуждений, что она направлена вверх. Рассмотрим твёрдый цилиндр, который погрузили в жидкость и удерживают в ней (рис. 57).

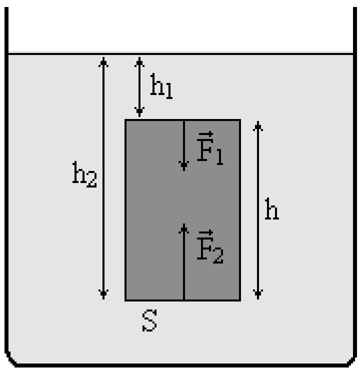


Рис. 57

На боковую поверхность цилиндра действуют силы давления, но их равнодействующая равна нулю, так как цилиндр симметричен. Рассмотрим силы давления, действующие на верхнее и нижнее основание цилиндра. $F_1 = P_1S$, $F_2 = P_2S$, где S – площадь основания цилиндра. $P_1 = \rho_ж gh_1$, $P_2 = \rho_ж gh_2$, где $\rho_ж$ – плотность жидкости. Имеем: $F_1 = \rho_ж gh_1S$, $F_2 = \rho_ж gh_2S$ (атмосферное давление не учитываем, т.к. оно, по закону Паскаля, передаётся на верхнее и нижнее основания одинаково). Так как $h_2 > h_1$, то $F_2 > F_1$. Равнодействующая сил F_1 и F_2 направлена в сторону большей из них, то есть F_2, и равна их разности: $F = F_2 - F_1$. Вычислим эту разность: $F = F_2 - F_1 = \rho_ж g h_2 S - \rho_ж g h_1 S = \rho_ж g S(h_2 - h_1) = \rho_ж g S h = \rho_ж g V$, где V – объём погружённого тела (в данном случае – цилиндра). Мы пришли к важному выводу: на тело, погружённое в жидкость, действует выталкивающая сила, которую можно рассчитать по формуле

$$F = \rho_ж g V \qquad (17)$$

К этому выводу впервые пришёл великий древнегреческий физик и математик Архимед (287-212 гг. до н.э.). Заметим, что произведение $\rho_ж V$ равно массе $m_ж$ вытесненной жидкости, а $\rho_ж g V = m_ж g$ – это вес вытесненной жидкости (жидкости, на место которой поместили тело). Поэтому **закон Архимеда** формулируется так:

На тело, погружённое в жидкость, действует выталкивающая сила, равная по модулю весу вытесненной жидкости и противоположно ему направленная.

Сила Архимеда (выталкивающая сила) – это равнодействующая сил давления жидкости на погружённое в неё тело.

Сила Архимеда обусловлена разностью давления жидкости на разной высоте.

Мы проиллюстрировали причину появления силы Архимеда на примере с цилиндром. Теперь приведём более простой способ вычисления силы Архимеда, применимый для тела любой формы. Пусть имеется сосуд с жидкостью (рис. 58, а), и мы хотим поместить в этот сосуд тело сложной формы. Выделим мысленно объём жидкости V, на место которого мы хотим поместить тело. Так как этот объём покоится, то сила тяжести, действующая на него, равна силе Архимеда: $F_{тяж} = F_{Арх}$. А силу тяжести мы вычислим легко: $F_{тяж} = m_ж g = \rho_ж g V$. Значит, $F_{Арх} = \rho_ж g V$.

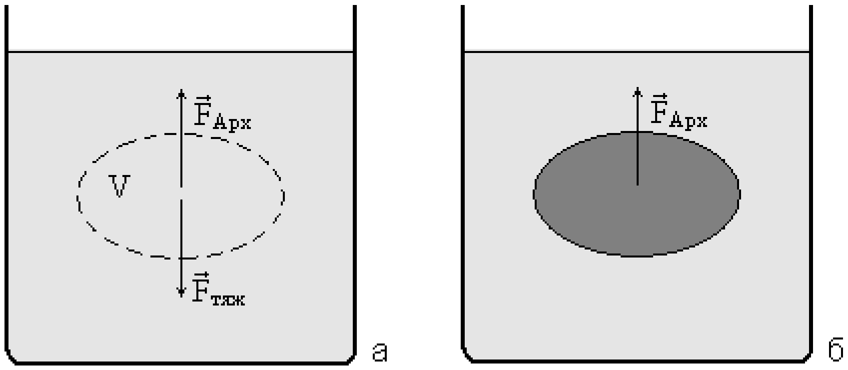


Рис. 58

Теперь представим, что мы убрали объём жидкости V, а на его место поместили тело (рис. 58, б). Давление в каждой точке на границе тела не изменилось. Поэтому равнодействующая сил давления жидкости на поверхность, ограничивающую тело, не изменилась и осталась равной

$$\boxed{F_{Арх} = \rho_ж g V \qquad (17)}$$

Эта формула справедлива для тела любой формы, включая те случаи, когда тело плавает на поверхности жидкости и погружено лишь частично. В случае если тело погружено частично, V – это объём той части тела, которая находится ниже уровня жидкости.

Однако, если часть поверхности тела плотно прилегает к стенке или дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то закон Архимеда неприменим. Иллюстрацией к этому служит опыт, когда одну грань деревянного кубика натирают парафином и плотно приставляют ко дну сосуда, а затем осторожно наливают воду (рис. 59). Кубик не всплывает, т.к. на его нижнее основание не действует сила давления воды. Сила, действующая на верхнее основание, прижимает кубик ко дну.

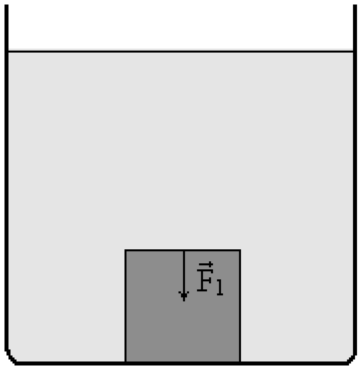


Рис. 59

Закон Архимеда справедлив также и для тела, помещённого в газ.
Сила Архимеда – та сила, благодаря которой плавают корабли и поднимаются в воздух воздушные шары и аэростаты. Воздушный шар поднимается потому, что на него действует сила Архимеда со стороны воздуха.

§ 20. Условие плавания на плотность
Рассмотрим тело, полностью погруженное в жидкость или газ. Пусть средняя плотность тела равна $\rho_т$. Сила тяжести, действующая на тело, равна $F_{тяж} = \rho_т gV$, а сила Архимеда равна $F_{Арх} = \rho_ж gV$. Если $\rho_т > \rho_ж$, то сила тяжести больше силы Архимеда, и тело тонет, если его ничем не поддерживать. Если $\rho_т = \rho_ж$, то сила тяжести равна силе Архимеда, и тело может находиться в покое в любом месте внутри жидкости, т.е. *плавает внутри жидкости*. Если $\rho_т < \rho_ж$, то сила Архимеда больше силы тяжести. Тело будет всплывать. После всплытия тело будет плавать на поверхности, и объём погруженной части тела установится таким, что сила Архимеда будет равна силе тяжести.
Чтобы воздушный шар поднимался, его наполняют газом, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха. Таким газом может быть, например, водород, гелий или нагретый воздух.

Задачи

116. В речном порту стоит судно, объём погружённой в воду части которого равен $V = 8000$ м^3. Найдите полную массу судна. Плотность речной воды $\rho = 1000$ кг/м^3.
117. Полная масса судна, стоящего в морском порту, равна $m = 10000$ т. Чему равен объём погружённой части судна? Плотность морской воды $\rho = 1030$ кг/м^3.
118. В озере плавает льдина. Плотность воды равна $\rho_в = 1000$ кг/м^3, а плотность льда равна $\rho_л = 900$ кг/м^3. Докажите, что 9/10 объёма льдины находится под водой. Изменится ли уровень воды в озере, если льдина растает?
119. В жидкости плотностью $\rho_ж$ плавает брусок плотностью ρ и объёмом V. Найдите объёмы частей бруска, находящихся ниже и выше уровня жидкости. Решите задачу ***в общем виде*** (то есть в ответе должны быть представлены не конкретные числа, а формулы, выражающие искомые объёмы через $\rho_ж$, ρ и V).
120. Мальчик опустил в озеро камень массой $m = 0{,}3$ кг и объёмом $V = 115$ см^3 и держит его в руке. Найдите силу, действующую на камень со стороны руки. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.
121. Железная деталь объёмом $V = 0{,}1$ дм^3 опущена на нити в сосуд с керосином (рис. 60). Найдите силу натяжения нити. Плотность железа $\rho = 7800$ кг/м^3, плотность керосина $\rho_к = 800$ кг/м^3.
122. Сосновый брусок массой $m = 400$ г погружен в воду и привязан нитью ко дну сосуда (рис. 61). Найдите силу натяжения нити. Плотность сосны $\rho = 400$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

123. Сосновый брусок массой $m = 400$ г частично погружен в воду и привязан нитью ко дну сосуда (рис. 62). При этом сила натяжения нити равна $T = 3{,}5$ Н. Какая часть бруска находится под водой? Плотность сосны $\rho = 400$ кг/м^3, плотность воды $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3.

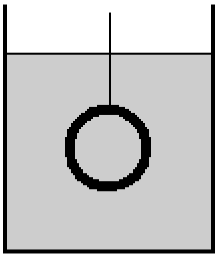


Рис. 60

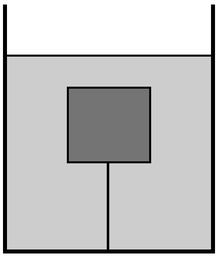


Рис. 61

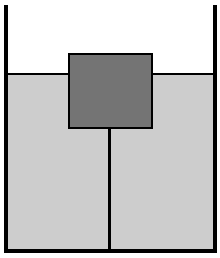


Рис. 62

124. Недалеко от льдов Арктики на небольшом айсберге площадью $S = 70$ м^2 стоит белый медведь массой $m = 700$ кг (рис. 63). При этом высота надводной части айсберга равна $h = 10$ см. Найдите высоту подводной части айсберга. Плотность воды считать равной $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3, плотность льда $\rho_{л} = 900$ кг/м^3.

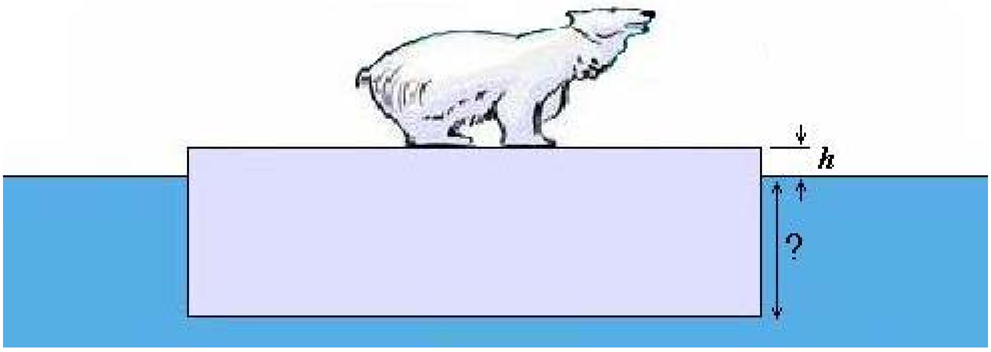


Рис. 63

125. Плот, плывущий по реке, имеет площадь S. После того, как на него поставили груз, глубина его погружения увеличилась на h. Чему равна масса груза? Решите задачу в общем виде (в ответе представьте формулу).

126. Найти вес мраморной плитки массой $m = 9$ кг, полностью погружённой в воду. Плотность воды $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3, плотность мрамора $\rho_{м} = 2700$ кг/м^3.

127. Алюминиевый шар имеет внутри полость, объём которой составляет $n = 63\%$ от всего объёма шара. Утонет ли этот шар в воде? Плотность воды $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3, плотность алюминия $\rho_{а} = 2700$ кг/м^3.

128. Воздушный шар объёмом $V = 20$ м^3, наполненный водородом, должен поднять приборы для наблюдения за погодой на высоту около 10 км, где плотность атмосферы равна $\rho_{а} = 0{,}414$ кг/м^3. Масса оболочки шара и корзины равна $m = 0{,}5$ кг. Какую максимальную массу могут иметь приборы? Плотность водорода равна $\rho_{в} = 0{,}09$ кг/м^3. Изменением объёма шара при подъеме пренебречь.

129. Общая масса аэростата вместе с пассажирами равна $m = 2220$ кг. Аэростат наполняют гелием. При каком минимальном объёме оболочки аэростата возможно воздухоплавание? Плотность гелия равна $\rho_{г} = 0{,}18$ кг/м^3, а плотность воздуха $\rho_{в} = 1{,}29$ кг/м^3. Объёмом корзины и пассажиров пренебречь.

130. Поплавок для рыболовной удочки имеет объём $V = 5$ см^3 и массу $m = 2$ г. К поплавку на леске прикреплено свинцовое грузило, и при этом поплавок плавает, погрузившись на половину своего объёма. Найдите массу грузила. Плотность воды $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3, плотность свинца $\rho_{с} = 11350$ кг/м^3.

131. Со дна реки хотят поднять железную балку массой $m = 200$ кг, прикрепляя к ней поплавки, плотность которых равна $\rho_{п} = 200$ кг/м^3. Какой минимальный объём поплавков нужно прикрепить? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность железа $\rho_ж = 7800$ кг/м^3. Вся поверхность балки контактирует с водой.

132. На весах деревянный кубик уравновешен металлическими гирьками. Весы помещают под колокол воздушного насоса и откачивают воздух. Сохранится ли равновесие весов, и если нет, то какая чаша перевесит?

133. Массу алмазов хотят определить с большой точностью. Для этого их уравновесили на весах железной гирей, масса которой с большой точностью равна $m = 100$ г. Чему равна масса алмазов, если плотность воздуха вокруг весов $\rho_в = 1{,}2$ кг/м^3, плотность железа $\rho_ж = 7874$ кг/м^3, а плотность алмаза $\rho_а = 3515$ кг/м^3?

134. На одной чаше весов стоит сосуд с водой, а на другой – штатив, на перекладине которого подвешен груз (рис. 64). Весы находятся в равновесии. Сохранится ли равновесие, если нитку, на которой висит груз, удлинить так, чтобы он полностью погрузился в воду? Если нет, то на какую чашу нужно положить дополнительный груз, чтобы равновесие восстановилось? Чему должна быть равна его масса? Необходимые параметры груза и воды обозначьте буквами. Выталкивающей силой со стороны воздуха пренебречь.

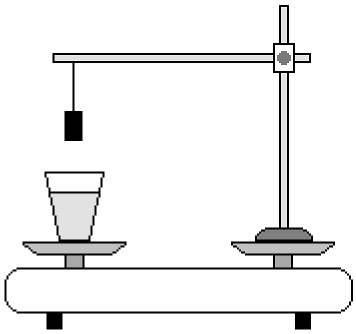


Рис. 64

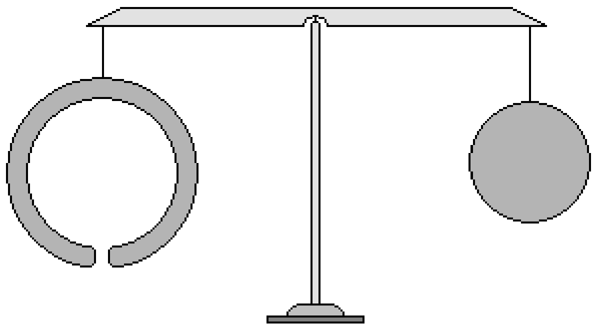


Рис. 65

135. Система, изображённая на рис. 65, находится под водой. Весы находятся в равновесии. На правом плече подвешен цельнолитой металлический шар, а на левом – шар с полостью, которая заполнена воздухом. Снизу у левого шара отверстие. Давление воздуха в полости равно $P = 1{,}3\cdot10^5$ Па. Атмосферное давление $P_{атм} = 10^5$ Па. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Сохранится ли равновесие, если систему расположить на глубине $h = 8$ м? Если нет, то какой из шаров перевесит?

136. Система, изображённая на рис. 66, состоит из двух сообщающихся сосудов и симметрична относительно вертикальной плоскости. В систему налита вода, и она уравновешена на тонкой опоре. В сосуды опускают деревянные бруски равной массы: в левый сосуд – дубовый, а в правый – сосновый. Сохранится ли равновесие, и если нет, то какой сосуд перевесит? Плотности сосны и дуба соответственно равны $\rho_с = 0{,}4$ г/см^3 и $\rho_д = 700$ кг/м^3.

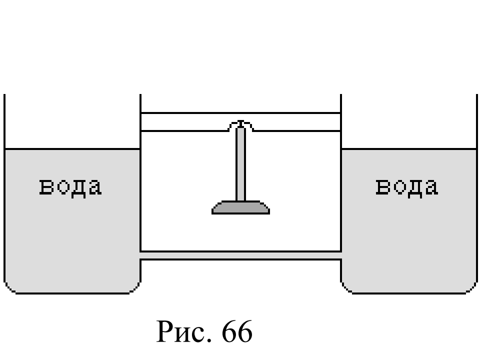


Рис. 66

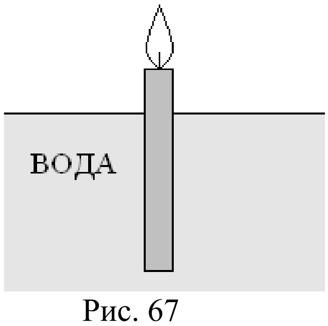


Рис. 67

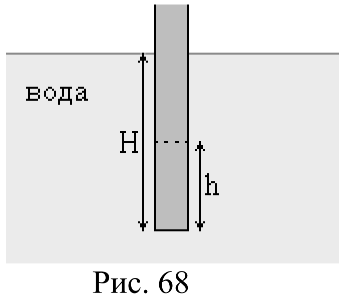


Рис. 68

137. Корабль массой $m = 1000$ т входит из залива в реку. Плотность речной воды на $n = 5\%$ меньше, чем плотность воды в заливе. Груз какой массы нужно снять с корабля при входе в реку, чтобы объём погружённой в воду части корабля остался прежним?

138. На штатив подвесили пружину, длина которой была равна $L_1 = 15$ см. К концу пружины подвесили алюминиевый грузик, и её длина стала равна $L_2 = 22$ см. Потом грузик полностью погрузили в воду. Чему стала равна длина пружины? Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность алюминия $\rho_а$ = 2700 кг/м^3.

139. Парафиновая свечка горит так, что её длина уменьшается со скоростью $u = 5 \cdot 10^{-5}$ м/с, а парафин полностью сгорает (не стекает вниз). Свечку опустили в широкий сосуд с водой и слегка поддерживают в вертикальном положении, так, что она всплывает по мере сгорания (рис. 67). С какой скоростью свечка движется относительно земли? Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, а плотность парафина равна $\rho_п$ = 0,9 г/см^3.

140. Бревно имеет диаметр d = 20 см. Его конец длиной H = 2 м вертикально опустили в воду (рис. 68). Разделим бревно условно на две части: верхнюю и нижнюю длиной h = 1 м. С какой силой верхняя часть действует на нижнюю? Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность бревна $\rho_б$ = 680 кг/м^3.

141. В ванну налили воду до уровня h = 40 см и положили на сливное отверстие стеклянный брусок, масса которого равна m = 640 г (рис. 69). Диаметр сливного отверстия d = 4 см. Вода подтекает под брусок, но очень медленно (уровень воды можно считать постоянным). С какой силой брусок давит на дно ванны? Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность стекла $\rho_с$ = 2500 кг/м^3.

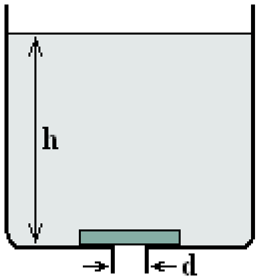


Рис. 69

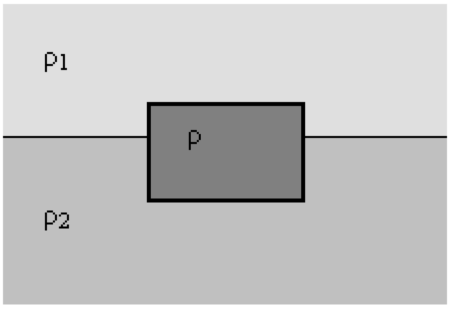


Рис. 70

142. Тело объёмом V = 2 дм^3 из материала плотностью ρ = 900 кг/м^3 плавает на границе раздела двух жидкостей плотностями ρ_1 = 800 кг/м^3 и ρ_2 = 1000 кг/м^3 (рис. 70). Найдите объём частей тела, находящихся выше и ниже границы раздела. Докажите, что в этом случае можно применять формулу (17).

143. В цилиндрическую кастрюлю радиусом r = 10 см налита вода до уровня h = 15 см. В кастрюлю бросили губку (кусок поролона) массой m = 60 г. Губка впитала в себя часть воды, но продолжала плавать на поверхности. Найдите установившийся уровень воды в кастрюле. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

144. Что тяжелее (имеет больший вес): килограмм пуха или килограмм гвоздей?

Подсказки

116. [1] Найдите силу Архимеда по формуле (17). Сила Архимеда равна весу судна. Зная вес, легко найти массу.

117. [1] Вес судна уравновешивается силой Архимеда. Найдя вес судна, приравняйте его силе Архимеда и выразите из полученного равенства объём V.

118. [4] Сила тяжести, действующая на льдину, уравновешивается силой Архимеда. Обозначим весь объём льдины за V, а объём подводной части льдины за V_1. Тогда $F_{тяж} = mg = \rho_л gV$, а сила Архимеда равна $F_{Арх} = \rho_в gV_1$. Нужно приравнять эти силы друг другу и выразить из полученного равенства нужное нам отношение V_1/V. Имеем: $\rho_л gV = \rho_в gV_1$, $\frac{V_1}{V} = \frac{с_л}{с_в} = 0{,}9$, что и требовалось доказать.

Теперь ответим на второй вопрос задачи. Рассмотрим полный объём содержимого озера, находящегося ниже начального уровня воды. В этот объём входит подводная часть льдины V_1. Когда льдина растает, объём V_1 будет вычтен из полного объёма, но зато добавится объём воды, образовавшейся при таянии льдины. Обозначим объём воды от растаявшей льдины за

V_2 и сравним V_1 и V_2. Пусть m – масса льдины. Тогда $V_2 = \frac{m}{c_в}$. Массу можно связать с объёмом погружённой части льдины, приравнивая силу тяжести mg силе Архимеда: $mg = F_{Арх} = \rho_в g V_1$. Отсюда $m = \rho_в V_1$. Подставляя это в формулу для V_2, имеем $V_2 = \frac{c_в V_1}{c_в}$, то есть $V_2 = V_1$. Мы видим, что объём воды, образовавшейся при таянии льдины, равен объёму подводной части льдины до таяния. Можно представить, что при таянии льдина «сжалась» (ведь плотность воды больше плотности льда), и её вода сосредоточилась в объёме её погружённой части до таяния. Поэтому уровень воды в озере не изменился.

Ответ на второй вопрос этой задачи можно было получить и более простым и универсальным способом – через давление. Сила Архимеда, как мы знаем, связана с давлением жидкости, и при решении задач с плавающими телами часто есть выбор: можно пользоваться законом Архимеда, а можно – формулой для гидростатического давления. В этой задаче второе оказывается даже проще. Рассуждаем так: когда льдина растаяла, полная масса озера не изменилась. Значит, вес содержимого озера также не изменился. А это значит, что давление воды на дно озера в каждой точке дна не изменилось. Пусть уровень воды в озере, отсчитываемый от какой-то точки дна (от какой – не важно) равен h, а гидростатическое давление в этой точке равно P. По формуле для гидростатического давления, $P = \rho g h$, где ρ – плотность воды. Ответ очевиден: если P не изменилось, то и h не изменилось.

119. [3] Действуйте так же, как в задаче 118.

120. [2] На камень действуют три силы: сила тяжести, сила Архимеда и сила со стороны руки. Так как камень покоится, то равнодействующая этих сил равна нулю. То есть, сумма сил, направленных вниз, равна сумме сил, направленных вверх. Вычислив две силы, можно найти третью.

121. [3] На деталь действуют три силы: сила тяжести, сила Архимеда и сила со стороны нити. Так как деталь покоится, то равнодействующая этих сил равна нулю. То есть, сумма сил, направленных вниз, равна сумме сил, направленных вверх. Вычислив две силы, можно найти третью.

122. [3] См. подсказку к задаче 121.

123. [3] См. подсказку к задаче 121.

124. [4] Обозначьте высоту подводной части айсберга какой-нибудь буквой, например, x. Сумма сил, действующих на систему и направленных вниз, равна сумме сил, направленных вверх. Выражайте все силы через данные задачи и через x. Получится уравнение для нахождения x.

125. [4] Приращение силы Архимеда равно весу груза. Выразите это математически через данные задачи и искомую массу груза.

126. [3] Вес – это сила, с которой тело действует на опору или подвес. Опора или подвес действует на тело с такой же силой (тела взаимодействуют силами, равными по модулю и противоположными по направлению). Учитывая это, действуйте так же, как в задаче 121.

127. [4] Обозначьте объём всего шара за V и сравните силу тяжести и силу Архимеда (или среднюю плотность шара и плотность воды).

128. [2] На воздушный шар действует сила Архимеда, сила тяжести приборов и сила тяжести водорода, которым он наполнен. Равнодействующая этих сил на максимальной высоте равна нулю. С учётом этого составляйте уравнение.

129. [3] См. подсказку к задаче 128.

130. [4] Учтите, что на грузило тоже действует сила Архимеда. Сумма всех сил, направленных вниз, равна сумме всех сил, направленных вверх. С учётом этого составляйте уравнение.

131. [4] См. подсказку к задаче 130.

132. [2] Объём тел на чашах весов не одинаков, а значит, действующие на них силы Архимеда не одинаковы. Далее сделайте вывод сами.

133. [4] Равновесие весов означает, что вес алмазов равен весу гири. Вес тела в воздухе равен разности силы тяжести и силы Архимеда. С учётом этого составляйте уравнение.

134. [5] Сила давления на правую чашу уменьшится на силу Архимеда, действующую на груз. Ещё нужно учесть, что на воду со стороны груза действует сила, равная по модулю силе Архимеда (тела взаимодействуют силами, равными по модулю и противоположными по направлению).

135. [4] Из соотношения давлений находим, что вначале система находилась на глубине 3 м. После перемещения на глубину 8 м силы тяжести, действующие на шары, останутся прежними. Сила Архимеда, действующая на правый шар, тоже не изменится. Но давление воды увеличится, и воздух в полости сожмётся. Общий объём левого шара и воздуха уменьшится. Уменьшится и левая сила Архимеда.

136. [5] Бруски плавают и не касаются дна. На дно действует только сила давления воды. Сделайте вывод.

137. [3] Сила тяжести уравновешивается силой Архимеда: $mg = F_{Арх}$, $mg = \rho Vg$, $m = V\rho$, где m – масса корабля, V – объём погружённой части. Объём V, по условию задачи, постоянный. Значит, при уменьшении ρ на сколько-то процентов, m уменьшится на столько же процентов. То есть, массу корабля m нужно уменьшить на 5% при входе в реку. 5% от числа 1000 равно 1000·0,05 = 50. Масса груза, который нужно снять, равна 50 тонн. Это и есть ответ.

Можно решать более строго, через формулы. Как мы получили,

до входа в реку $m = V\rho$,

а после входа в реку $m_1 = V\rho_1$.

$\rho_1 = \rho*95\%/100\% = 0{,}95\rho$. Запишем: $m_1 = 0{,}95V\rho$.

Масса груза, который нужно снять, равна $\Delta m = m - m_1 = V\rho - 0{,}95V\rho = 0{,}05V\rho$.

Но $V\rho = m$. Поэтому $\Delta m = 0{,}05m = 50$ т.

Есть ещё один способ решения. Имеем 2 уравнения:

$m = V\rho$,

$m_1 = V\rho_1$.

Поделим одно уравнение на другое:

$\frac{m}{m_1} = \frac{\rho}{\rho_1}$, откуда находим $m_1 = 950$ т и легко находим $\Delta m = m - m_1 = 50$ т.

138. [4] Пусть удлинение пружины в первом случае (после подвешивания грузика) равно Δx_1, а во втором случае (после погружения грузика в воду) – Δx_2. Выразите Δx_2 через Δx_1. Для этого выразите удлинения через массу грузика и коэффициент жёсткости пружины и сравните полученные выражения.

139. [4] Пусть в момент времени $t_0 = 0$ длина свечки была равна h, а длина подводной части свечки – h_1. Вычислите полную длину свечки и длину подводной части спустя некоторое время t (обозначьте эти величины, например, d и d_1), и разделите разность длин подводной части на время t. Так вы получите скорость.

140. [5] Это задача с ловушкой. Здесь нельзя применять закон Архимеда и формулу (17). Сила Архимеда обусловлена разностью давлений воды на разной высоте, но на верхний конец нижней части вода не действует. На нижний конец действует сила полного давления воды.

141. [5] На часть бруска, находящуюся над отверстием, действует не сила Архимеда, а вес находящегося над ним столба воды. Ведь снизу от бруска воды нет, а сила Архимеда обусловлена разностью давлений воды на разной высоте. На остальную часть бруска действует сила Архимеда. При решении полезно ввести высоту бруска x.

142. [4] Для доказательства применимости формулы (17) можно сделать рисунок, аналогичный рис. 55.

143. [4] Мы не знаем, сколько воды впитала губка и на сколько при этом изменился её объём. Можно обозначить объём впитанной воды за V и решать задачу, и в ходе решения этот неизвестный объём (который нельзя найти в этой задаче) сократится. Однако можно пойти более простым путём и решать задачу через давление, подобно задаче 118. Давление на дно кастрюли равно $P = \frac{F}{S}$, где F – вес содержимого кастрюли, S – площадь дна. Вес содержимого после того, как в кастрюлю бросили губку, стал равен $(m_в + m)g$, где $m_в$ – общая масса воды в кастрюле. Найдём эту массу: $m_в = cV = cSh$, где h – уровень воды до того, как бросили губку. Имеем: $F = (m_в + m)g = (\rho Sh + m)g$. Подставляя это в формулу для давления, получим, что давление после бросания губки стало равно $P = \frac{(\rho Sh + m)g}{S} = cgh + \frac{mg}{S}$. Осталось выразить S через радиус r, и давление найдено: $P = cgh + \frac{mg}{\pi r^2}$.

С другой стороны, по формуле для гидростатического давления, $P = \rho g h_1$, где h_1 – новый, установившийся уровень воды в кастрюле. Осталось приравнять два полученных выражения.

144. [3] Сила тяжести, действующая на килограмм пуха и килограмм гвоздей, одинакова и равна F = mg = 9,8 Н. Вес можно считать одинаковым, если пренебречь силой Архимеда, действующей на тела со стороны воздуха. А если мы хотим дать более точный ответ, нужно учесть силу Архимеда. Нужно учесть, что плотность гвоздей больше плотности пуха.

Глава 3. Работа, мощность, энергия

Тема 7. Понятие о работе и энергии

§ 21. Работа и энергия

Введём новую важную физическую величину – механическую работу (или просто работу). Механическую работу совершают силы, действующие на тело. Рассмотрим два случая:

а.) сила, действующая на тело, направлена в ту же сторону, в которую движется тело;

б.) сила, действующая на тело, направлена против движения.

Если сила направлена в сторону движения тела, то работа этой силы равна произведению силы на пройденный путь:

$$A = Fs \qquad (18)$$

где буквой A обозначена работа, F – сила, s – пройденный путь.

Если сила направлена против движения тела, то работа этой силы равна произведению силы на пройденный путь, взятому со знаком минус:

$$A = -Fs \qquad (19)$$

Более сложные случаи, когда сила направлена под углом к линии перемещения тела, мы рассмотрим в старших классах.

Почему введённая нами физическая величина имеет важное значение? Известно, что автомобиль, чтобы преодолеть некоторое расстояние, должен затратить некоторое количество горючего. Количество затраченного горючего пропорционально силе тяги двигателя и пройденному пути. По формуле (18) получается, что количество затраченного горючего пропорционально работе, совершённой двигателем. Электропоезд или троллейбус при своём движении расходует электроэнергию, количество которой тоже определяется работой, совершённой двигателем. В этих примерах *работа определяет количество затраченной энергии.*

Что такое энергия? Энергией называют нечто, что может быть представлено в разных видах: в виде тепла, света, электричества, движения деталей машин. Это нечто, чем обладают тела или системы. Бензин и другие виды топлива обладают химической энергией, которая при сгорании переходит в другие виды энергии. Энергия относится к таким физическим величинам, определение которых не вводится по формулам (к таким величинам ещё относятся, например, длина и время). Но все виды энергии объединяет одно: *энергия всегда равна работе каких-нибудь сил.*

Если тело или несколько взаимодействующих между собой тел (система тел) могут совершить работу, то говорят, что они обладают энергией.

Например, тепловая энергия – это энергия хаотического (беспорядочного) движения молекул. Чем быстрее движутся молекулы вещества, тем больше его тепловая энергия. Чтобы увеличить скорость молекулы, нужно совершить работу. При трении двух предметов друг о друга мы совершаем работу, и предметы нагреваются. Когда тела остывают, их молекулы сталкиваются с молекулами других тел и совершают работу, отдавая энергию.

Энергия и работа – не одно и то же. Тела не обладают работой. Но для краткости часто говорят, что энергия – это работа каких-то сил. Энергия и работа измеряется в одних и тех же единицах. Единица работы и энергии называется джоулем (Дж) в честь английского учёного Джоуля (1818-1889), изучавшего превращение различных видов энергии друг в друга.

1 Дж = 1 Н·м.

§ 22. Кинетическая и потенциальная энергия

Сделаем простую классификацию видов энергии. Рассмотрим опыт. Пластилиновый шарик удерживают на некоторой высоте над металлической пластиной (рис. 71, а). На шарик действует сила тяжести, то есть шарик взаимодействует с Землёй. Обладает ли шарик энергией? Отпустим шарик. Он будет подать под действием силы тяжести. Подлетая к пластине, он будет иметь скорость и слегка деформирует пластину (рис. 71, б). Сила упругости со стороны пластины остановит его.

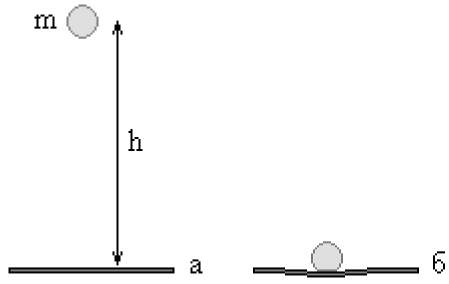


Рис. 71

Шарик действовал на пластину силой, и при этом пластина слегка деформировалась (прогнулась вниз). Значит, шарик, прежде чем остановиться, совершил работу. А это значит, что шарик, поднятый над пластиной, обладал энергией благодаря взаимодействию с Землёй. Если мы с большой точностью измерим температуру металлической пластинки, то обнаружим, что пластинка нагрелась. Это подтверждает наш вывод о том, что шарик обладал энергией. *Тело, поднятое над землёй, обладает энергией.*

Потенциальной энергией называется энергия, которой тела обладают благодаря взаимодействию друг с другом (от латинского слова «потенция» – возможность). Короче говоря, ***потенциальная энергия – это энергия взаимодействия тел (или частей одного тела).***

Потенциальная энергия определяется взаимным расположением тел.

Строго говоря, потенциальная энергия принадлежит не одному телу (например, шарику), а системе взаимодействующих тел (например, системе шарик-Земля).

Выясним, чему равна потенциальная энергия тела массой m, поднятого на высоту h над землёй. Эта энергия определяется работой, которую совершает сила тяжести при падении тела на Землю. Сила тяжести равна $F = mg$, а путь, пройденный при падении, равен $s = h$. Подставляя это в формулу (18) и учитывая, что энергия равна работе, получим:

$$E_p = mgh \qquad (20)$$

Это формула для вычисления потенциальной энергии тела, поднятого над Землёй.

Огромной потенциальной энергией обладает вода в реках, удерживаемая плотинами. Падая вниз, вода совершает работу, приводя в движение турбины гидроэлектростанций.

Отметим, что нулевой уровень потенциальной энергии можно выбирать произвольно. Можно выбрать его на поверхности земли или на некоторой высоте над землёй (например, на высоте пола в физической лаборатории). Если тело находится ниже нулевого уровня потенциальной энергии, то его потенциальная энергия отрицательна (она равна работе силы тяжести при перемещении на нулевой уровень и вычисляется по формуле (19)). Результат действия силы тяжести не зависит от выбора нулевого уровня потенциальной энергии.

Потенциальной энергией обладает также сжатая или растянутая пружина. Возвращаясь в недеформированное положение, она совершает работу. Энергию сжатых и закрученных пружин используют в механических часах и в заводных игрушках.

Потенциальной энергией обладает всякое упругое деформированное тело.

Потенциальную энергию сжатого газа используют в работе тепловых двигателей, в отбойных молотках и других пневматических инструментах.

Рассмотрим другой вид энергии – кинетическую энергию. Вернёмся к рис. 68. Чтобы шарик при подлёте к пластинке обладал скоростью, его не обязательно сбрасывать с высоты. Можно сообщить ему скорость и другим способом, например, бросить его с размаха рукой. Важно лишь, чтобы шарик двигался. Тогда он сможет совершить работу.

Энергия, которой обладает тело вследствие своего движения, называется кинетической энергией (от греческого «кинема» – движение).

По какой формуле вычисляется кинетическая энергия? Мы сможем вывести эту формулу, когда познакомимся с механикой Ньютона. Пока приведём формулу без вывода:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (21)$$

где m – масса тела, а υ – его скорость. Кинетическая энергия равна работе, которую нужно совершить, чтобы покоящемуся телу сообщить скорость υ.

§ 23. Мощность

На совершение одной и той же работы различным устройствам требуется разное время. Подъёмный кран может за несколько минут поднять на верхний этаж здания сотни кирпичей. Человеку для выполнения такой работы потребовалось бы несколько часов. Скорость выполнения работы характеризуется величиной, называемой мощностью.

Мощность – величина, равная отношению работы ко времени, за которое она совершена:

$$N = \frac{A}{t} \qquad (22)$$

Мощность – величина постоянная, если за каждую секунду совершается одинаковая работа. В других случаях формула (22) определяет среднюю мощность.

За единицу мощности принимают такую мощность, при которой за 1 с совершается работа в 1 Дж. Эту единицу называют ваттом (Вт) в честь английского учёного Уатта (1736-1819).

$1 Вт = 1\frac{Дж}{с}$.

§ 24. Коэффициент полезного действия

Подъёмный кран, поднимая груз массой m на высоту h, совершает **полезную** работу A = mgh. Но электрическая энергия, затрачиваемая при этом, всегда несколько больше полезной работы. Дело в том, что электрическая энергия тратится также на преодоление сил трения и на поднятие подвижных частей крана. Количество затраченной энергии равно не полезной, а **полной** работе, совершённой краном.

На практике полная работа, совершённая механизмом, всегда несколько больше полезной. Часть энергии всегда теряется (например, на преодоление сил трения).

Обозначив полезную работу как $A_п$, а полную (затраченную) как $A_з$, можно записать:

$$A_п < A_з, \text{ или } \frac{A_п}{A_з} < 1.$$

Отношение полезной работы к полной работе называется коэффициентом полезного действия (КПД) механизма.

КПД обычно обозначают греческой буквой η (читается «эта») и выражают в частях или в процентах:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \text{ или } \eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% \qquad (23)$$

Конструируя механизмы, всегда стремятся увеличить их КПД. Для этого стараются уменьшить трение.

Задачи

145. Тяговая сила электровоза равна F = 10 кН. Какую работу совершает эта сила при прохождении пути s = 100 км?

146. Человек тянул тележку в горизонтальном направлении с силой F = 10 Н и совершил при этом работу A = 1600 Дж. Какой путь проехала тележка?

147. Подъемный кран поднимает груз массой m = 2000 кг на высоту h = 25 м. Какую работу совершает сила, действующая на груз со стороны крана?

148. Подъемный кран поднимает груз массой m = 1600 кг на высоту h = 30 м. Какую работу совершает сила тяжести, действующая на груз?

149. Подъёмный кран перемещает груз массой $m = 1600$ кг в горизонтальном направлении. При этом груз проходит путь $s = 40$ м. Чему равна работа силы, действующей на груз со стороны крана? Силы тяжести?

150. При подъёме лифта с пассажирами массой $m = 600$ кг была совершена работа $A = 120$ кДж. На какую высоту поднялся лифт?

151. Мальчик поднялся на второй этаж дома, расположенный на высоте $h = 8$ м. При этом он совершил работу $A = 3200$ Дж. Чему равна масса мальчика?

152. Настенные часы с кукушкой имеют две гири массой $m = 500$ г. Одну из гирь подняли на высоту $h = 1$ м над нижним положением. Какой потенциальной энергией обладает гиря? За нулевой уровень потенциальной энергии принять нижнее положение.

153. На какую высоту над землёй нужно поднять молот копра для забивания свай, чтобы его потенциальная энергия стала равна $E_p = 30$ кДж? Масса молота равна $m = 200$ кг. За нулевой уровень принять поверхность земли.

154. Груз, поднятый на высоту $h = 5$ м над полом физической лаборатории, обладает потенциальной энергией $E_p = 2000$ Дж. Чему равна масса груза? За нулевой уровень принять уровень пола.

155. Кирпичная башня высотой $h = 50$ м имеет массу $m = 500$ т. Какая работа была совершена при её строительстве? Башня однородна по длине: любые два её участка одинаковой длины имеют одинаковую массу.

156. Бревно радиусом $R = 30$ см и длиной $L = 2$ м медленно ставят вертикально. Какая работа при этом совершается? Плотность древесины $\rho_д = 800$ кг/м^3.

157. Железную трубу радиусом $R = 15$ см и длиной $L = 2$ м медленно ставят вертикально. Действие происходит под водой. Масса трубы равна $m = 70$ кг. Какая работа при этом совершается? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность железа $\rho_ж = 7800$ кг/м^3.

158. Астероид массой $m = 20$ т летит со скоростью $\upsilon = 30$ км/с. Какой кинетической энергией он обладает?

159. Поезд массой $m = 400$ т едет со скоростью $\upsilon = 54$ км/ч. Какую работу должны совершить силы трения, чтобы поезд остановился?

160. Пуля обладает кинетической энергией $E_k = 1800$ Дж, двигаясь со скоростью $\upsilon = 600$ м/с. Чему равна масса пули?

161. Пуля, летящая со скоростью $\upsilon_0 = 600$ м/с, пробивает деревянный экран. Скорость пули после пробивания экрана равна $\upsilon = 510$ м/с. Сколько таких экранов, поставленных один за другим, может пробить пуля?

162. Подъемный кран поднимает груз массой $m = 1600$ кг на высоту $h = 30$ м за время $t = 30$ с. С какой мощностью работает кран?

163. Спортсмен, масса которого равна $m = 65$ кг, совершает прыжок в высоту на $h = 2$ м. Какую среднюю мощность он при этом развивает, если время работы его мышц равно $t = 0{,}4$ с?

164. Мощность насоса, качающего воду, равна $N = 500$ кВт. Какую работу совершит этот насос за время $t = 20$ мин?

165. Человек массой $m = 60$ кг идёт по горизонтальному пути со скоростью $\upsilon = 6$ км/ч. Вычислите, какую мощность он при этом развивает. Подсчитано, что человек, равномерно идя по горизонтальному пути, совершает примерно 0,05 той работы, которая требовалась бы для поднятия этого человека на высоту, равную длине пути.

166. Транспортёр за время $t = 1$ ч поднимает $V = 30$ м^3 песка на высоту $h = 12$ м. Вычислите полезную мощность транспортёра. Насыпная плотность песка равна $\rho = 1500$ кг/м^3.

167. Резец электрорубанка действует на строгаемую древесину с силой $F = 600$ Н. Полезная мощность, развиваемая рубанком, равна $N = 120$ Вт. За какое минимальное время этим рубанком можно прострогать доску длиной $L = 4$ м?

168. Автомобиль едет со скоростью υ. Сила тяги его двигателя при этом равна F. Какую полезную мощность развивает двигатель? Решите задачу в общем виде. Сделайте расчёт для случая $\upsilon = 70$ км/ч, $F = 700$ Н.

169. Насос качает воду из колодца глубиной h = 8 м со скоростью $Q = \frac{Дm}{Дt} =$ 1 килограмм в секунду. Чему равна полезная мощность насоса? Кинетическую энергию воды и вязкое трение в трубе не учитывать.
170. Насос качает воду из колодца глубиной h = 7 м. При этом из шланга с внутренним радиусом r = 1 см течёт струя воды со скоростью υ = 10 м/с. Чему равна полезная мощность насоса? Вязким трением в шланге пренебречь.
171. Электродвигатель потребляет из электросети мощность N = 480 Вт. За t = 30 мин двигатель совершил полезную работу $A_п$ = 840 кДж. Чему равен КПД этого двигателя?
172. Лампочка потребляет из сети мощность N = 100 Вт. КПД лампочки равен η = 12%. Сколько энергии в виде света выделяет лампочка за t = 1 ч?
173. Подъемный кран поднимает груз массой m = 2000 кг на высоту h = 25 м. При этом он затрачивает E = 580 кДж электроэнергии. Чему равен КПД этого крана?
174. Высота падения воды на Нурекской ГЭС (гидроэлектростанции) равна h = 275 м. Поток воды через одну турбину ГЭС равен D = 155 кубометров в секунду. Чему равен КПД турбины, если даваемая ей электрическая мощность равна N = 300 МВт?
175. КПД мотора лифта равен η = 90%. За какое время лифт поднимет кабину с пассажирами массой m = 600 кг на высоту h = 50 м, если он потребляет из электросети мощность N = 16 кВт?

Подсказки

145. [1] Вычисляйте работу по формуле (18).
146. [2] Из формулы (18) выразите путь и вычислите.
147. [2] Вычисляйте работу по формуле (18). Сила тяжести равна F = mg.
148. [2] Сила тяжести в данном случае направлена против движения. Поэтому её работу нужно вычислять по формуле (19).
149. [3] Если сила перпендикулярна направлению перемещения, то работа не совершается.
150. [2] В формуле (18) учтите, что F = mg. Получится равенство A = mgh. Из этого равенства выражайте высоту.
151. [2] В формуле (18) учтите, что F = mg. Получится равенство A = mgh. Из этого равенства выражайте массу.
152. [1] Вычисляйте потенциальную энергию по формуле (20).
153. [2] Из формулы (20) выразите высоту и вычислите.
154. [3] Из формулы (20) выразите массу и вычислите.
155. [4] Работа равна потенциальной энергии башни. Построим график зависимости высоты башни от её массы во время строительства (рис. 72). Разобьём башню на много маленьких отрезков. Массу каждого отрезка обозначим за Δm. Так как каждый отрезок маленький, потенциальную каждого кирпича в нём можно считать одинаковой. Поэтому потенциальная энергия одного отрезка примерно равна $E_p = \Delta mgh$. Нарисуем под графиком прямоугольники со сторонами h и Δm (рис. 72, а). Потенциальная энергия одного отрезка равна площади одного прямоугольника, умноженной на g. Значит, полная потенциальная энергия башни, примерно равна сумме площадей маленьких прямоугольников, умноженной на g.

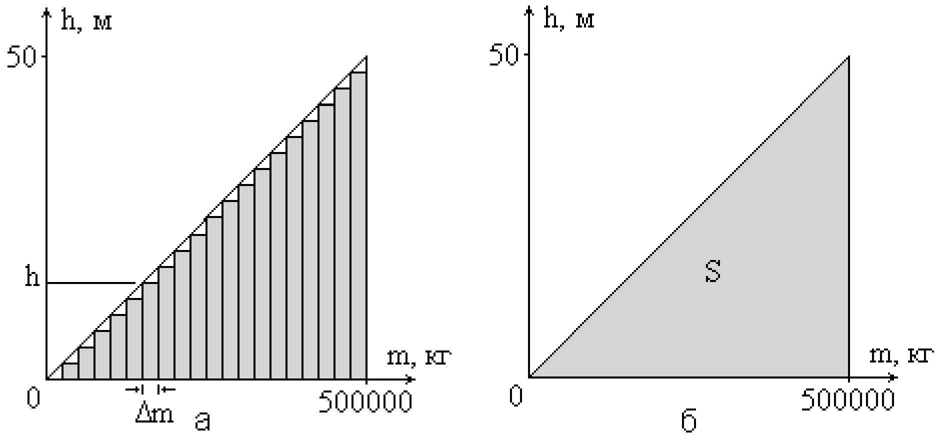


Рис. 72

Чем меньше масса Δm, тем точнее вычисляется энергия, т.к. энергию кирпичей на одном отрезке можно с большей точностью считать одинаковым. Из этих рассуждений следует, что *потенциальная энергия башни равна площади фигуры под графиком* (в данном случае – треугольника)*, умноженной на g*. Теперь вы легко найдёте эту энергию: площадь треугольника равна половине площади прямоугольника со сторонами 500000 кг и 50 м («площадь» выражается в данном случае в кг·м).

156. [4] Работа равна приращению потенциальной энергии.

157. [5] Работа равна приращению потенциальной энергии системы. Система состоит из Земли, трубы и воды. При перемещении трубы в вертикальное положение такой же объём воды перемещается на место трубы в горизонтальном положении.

158. [1] Вычисляйте кинетическую энергию по формуле (21).

159. [2] Вычислите кинетическую энергию поезда по формуле (21). Работа сил трения равна ей по модулю, но отрицательна.

160. [2] Выразите массу из формулы (21) и вычислите.

161. [4] На пробивание одного экрана затрачивается определённая энергия. При пробивании первого экрана скорость уменьшается на 90 м/с, но при пробивании второго экрана – уже на другую величину. Одинакова не потеря скорости, а потеря энергии. Введите массу пули m. Она сократится.

162. [2] Вычисляйте мощность по формуле (22). Работа равна A = mgh.

163. [2] См. подсказку к задаче 162.

164. [2] Выразите работу из формулы (22) и вычислите.

165. [3] Введите время t движения человека. При расчётах оно сократится.

166. [3] Вычислите массу через плотность, потом вычислите работу, а потом разделите её на время.

167. [3] С одной стороны, A = FL. С другой стороны, A = Nt. Составляйте уравнение и выражайте из него t.

168. [3] Введите путь s, пройденный автомобилем. Учтите, что s/t = υ.

169. [3] Рассмотрите работу насоса в течение времени t. Запишите выражение для потенциальной энергии воды, поднятой за это время, и разделите её на время t.

170. [4] Рассмотрите работу насоса в течение времени t. Запишите выражение для полной механической энергии воды, поднятой за это время, и разделите её на время t.

171. [2] Сначала найдите полную (затраченную) работу, выразив её из формулы (22). Затем вычисляйте КПД по формуле (23).

172. [2] Выразите полезную работу из формулы (23). Это и есть энергия, выделенная в виде света. Полную работу находите с помощью формулы (22).

173. [2] Вычисляйте КПД по формуле (23). Полезная работа равна A = mgh.

174. [3] Рассмотрите работу турбины за некоторое время t. При расчётах t сократится.

175. [3] Затраченная работа равна Nt, а полезная равна mgh. Подставляйте это в формулу (23) и составьте уравнение для t.

§ 25. Простые механизмы. Рычаг

В теме 5 мы познакомились с гидравлическим прессом и домкратом – машинами, которые позволяют получить выигрыш в силе. Человечеству с давних времён известно много приспособлений, позволяющих получить выигрыш в силе. Тяжёлые предметы сдвигают с места и поднимают с помощью **рычага**. Тяжёлый груз можно поднять на большую высоту с помощью **блока**. Приспособления, служащие для преобразования силы, называют механизмами.
К простым механизмам относятся: **рычаг, блок, ворот, наклонная плоскость, клин, винт.**
В большинстве случаев простые механизмы применяют для того, чтобы получить выигрыш в силе.
Рычаг – твёрдое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной точки опоры.
На рис. 73 тяжёлый груз поднимают с помощью рычага. На рис. 73, а точка опоры – точка соприкосновения рычага с круглым бревном. На рис. 73, б точка опоры – точка соприкосновения рычага с землёй.

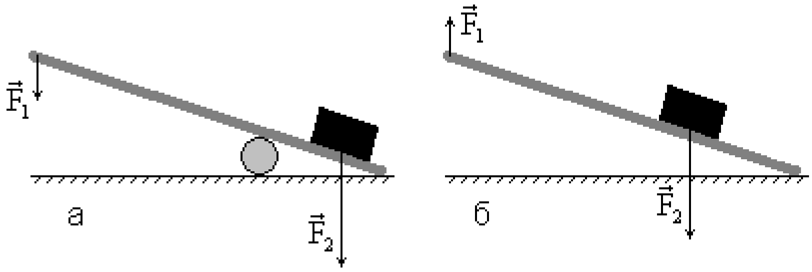


Рис. 73

При каком условии рычаг находится в равновесии? Чтобы записать это условие, введём новое понятие – плечо силы.
Плечом силы называется кратчайшее расстояние между точкой опоры и прямой, вдоль которой действует сила.
Чтобы найти плечо силы, надо из точки опоры опустить перпендикуляр на линию действия силы.
Плечо силы обычно обозначают буквами d или *l*.
Условие, при котором рычаг находится в равновесии, было установлено на опытах. Это условие такое: ***рычаг находится в равновесии, когда силы, действующие на него, обратно пропорциональны плечам этих сил.***
Это условие часто называют правилом рычага. Запишем его в виде формулы:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \qquad (24)$$

Правило рычага было установлено уже известным вам древнегреческим учёным Архимедом. На рис. 74 показан простой опыт, подтверждающий это правило.

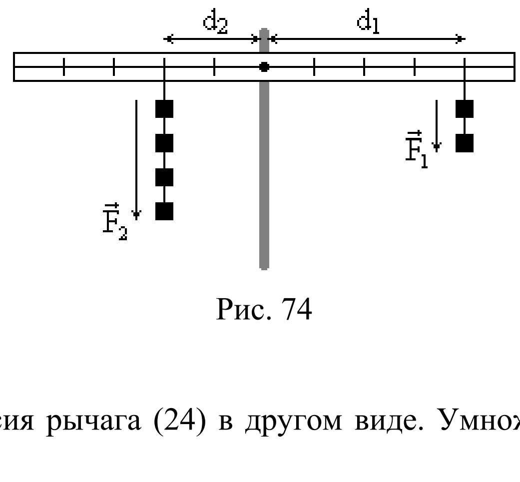


Рис. 74

§ 26. Момент силы

Запишем правило равновесия рычага (24) в другом виде. Умножим обе части равенства на F_2d_1. Получим:

$$F_1 d_1 = F_2 d_2 \qquad (25)$$

Теперь в левой части равенства стоят величины, относящиеся к одной силе, а в правой – к другой силе. Удобно ввести ещё одну физическую величину – момент силы (обозначается буквой М).

Моментом силы называется произведение модуля силы на её плечо:

$$M = Fd \qquad (26)$$

Момент силы измеряется в ньютон-метрах (Н·м).

В чём удобство новой величины – момента? Теперь можно рассматривать случаи, когда *на рычаг действуют более двух сил*. Правило рычага теперь можно сформулировать в более общем виде:

рычаг находится в равновесии, если сумма моментов сил, вращающих его по часовой стрелке, равна сумме моментов сил, вращающих его против часовой стрелки.

$$M_{\text{по}} = M_{\text{против}} \qquad (27)$$

Это правило также называют **правилом моментов.** Если на рычаг действуют только две силы, то правило моментов можно записать в виде

$$M_1 = M_2 \qquad (27\ \text{а})$$

§ 27. Блок

Блок представляет собой колесо с желобом, укреплённое в обойме. По жёлобу блока пропускают верёвку, трос или цепь.

Неподвижным блоком называют такой блок, ось которого закреплена и при подъёме грузов не поднимается и не опускается (рис. 75). Для такого блока неподвижной точкой опоры является его ось (точка О на рисунке). Применим к неподвижному блоку правило моментов: $M_1 = M_2$, $d_1 = d_2$. Так как $M = Fd$, то $F_1 = F_2$.

Неподвижный блок не даёт выигрыша в силе, но позволяет менять направление силы.

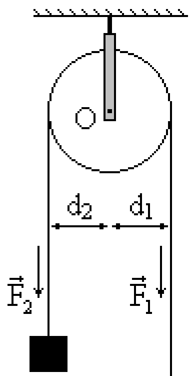


Рис. 75

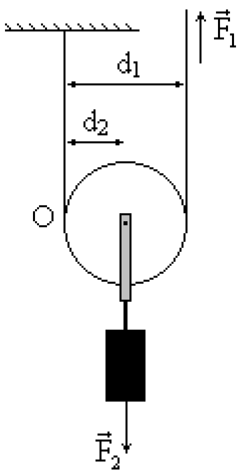


Рис. 76

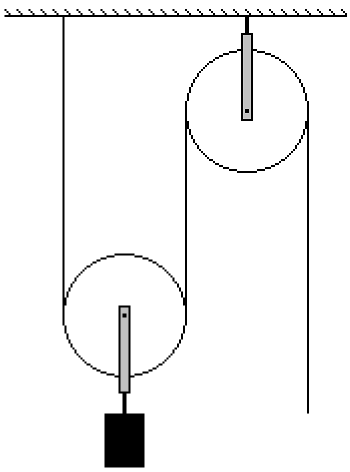


Рис. 77

Рассмотрим **подвижный блок** (рис. 76). Ось этого блока поднимается и опускается вместе с грузом, а неподвижной является точка О верёвки, прикреплённой к потолку. Применим правило моментов к такому блоку:

$M_1 = M_2$, $\quad d_1 = 2d_2$,

$F_1d_1 = F_2d_2$, $\quad F_1 \cdot 2d_2 = F_2d_2$, $\quad 2F_1 = F_2$, или

$$F_1 = \frac{F_2}{2} \qquad (28)$$

Подвижный блок даёт выигрыш в силе в 2 раза.

Обычно на практике применяют комбинацию подвижного и неподвижного блоков (рис. 77). Неподвижный блок используется только для удобства. Он позволяет, например, поднимать груз, стоя на земле.

Из равенства (28) можно сделать важный вывод: *сила натяжения верёвки или троса во всех точках одинакова, если верёвка или трос не встречает сопротивления своему движению* (если трения в осях блоков нет). Действительно, пусть блок на рис. 76 находится в покое или движется равномерно. По закону инерции (тема 3), равнодействующая всех сил, действующих на блок, равна нулю. На блок действуют три силы: вес груза и две силы со стороны верёвки (силой тяжести блока пренебрегаем). Сила со стороны правого конца верёвки равна половине веса груза. Значит, сила со стороны левого конца верёвки тоже равна половине веса груза. Силы натяжения левого и правого концов верёвки равны друг другу.

§ 28. «Золотое правило» механики

Поставим вопрос: даёт ли какой-либо из простых механизмов выигрыш в работе? Ответ на этот вопрос можно получить из опыта.

Пусть рычаг движется равномерно, и при этом к нему приложены силы F_1 и F_2. Измерим пути s_1 и s_2, проходимые точками приложения сил за некоторое время. Окажется, что пути, пройденные точками приложения сил на рычаге, обратно пропорциональны силам: $\frac{s_1}{s_2} = \frac{F_2}{F_1}$. Из этого равенства следует: $F_1 s_1 = F_2 s_2$, т.е. $A_1 = A_2$.

Рычаг не даёт выигрыша в работе.

Неподвижный блок тоже не даёт выигрыша в работе. Действительно, при движении верёвки пути, проходимые правым и левым концами, равны; силы натяжения тоже равны. Значит, $A_1 = A_2$.

Докажем, что подвижный блок тоже не даёт выигрыша в работе. Мы уже знаем, что подвижный блок даёт выигрыш в силе в 2 раза. Пусть с помощью подвижного блока груз поднят на высоту x (рис. 78). Из рисунка видно, что два вертикальных отрезка длины x переместились вверх (т.к. длина верёвки сохраняется постоянной). Конец, за который поднимают верёвку, прошёл путь 2x. Таким образом, *получая выигрыш в силе в 2 раза, проигрывают в 2 раза в пути*. Значит, *подвижный блок тоже не даёт выигрыша в работе*.

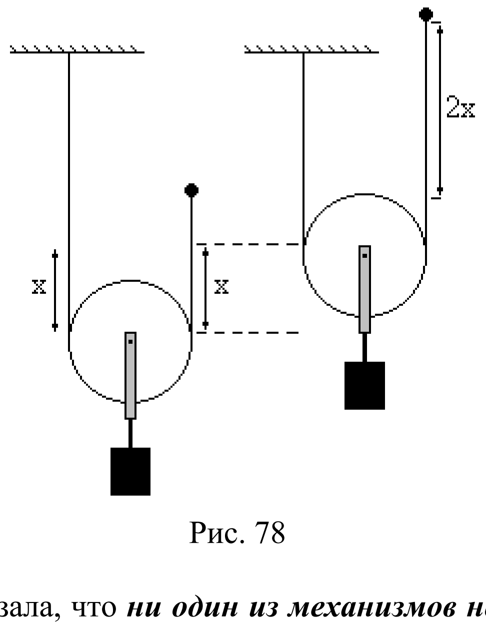


Рис. 78

Многовековая практика показала, что ***ни один из механизмов не даёт выигрыша в работе.*** Механизмы применяют для того, чтобы выиграть в силе или в пути. Уже древним учёным было известно правило:

Во сколько раз выигрываем в силе, во столько же раз проигрываем в расстоянии.

Это правило называется «золотым правилом» механики.

Задачи

176. Груз массой m = 160 кг поднимают с помощью рычага, показанного на рис. 79. Какую силу прилагают к левому концу рычага, если d_1 = 80 см, d_2 = 20 см?

177. Груз поднимают с помощью рычага, показанного на рис. 80, прилагая к его левому концу силу, равную F = 500 Н. Чему равна масса груза, если d_1 = 1,2 м, d_2 = 0,3 м?

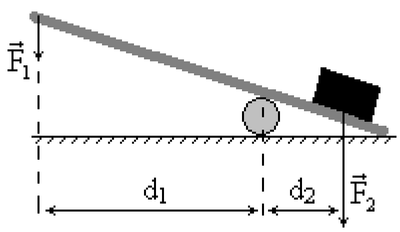


Рис. 79

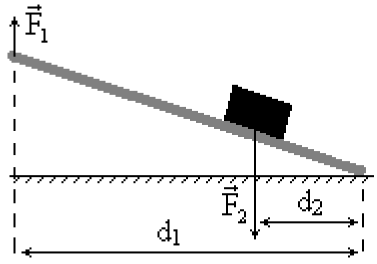


Рис. 80

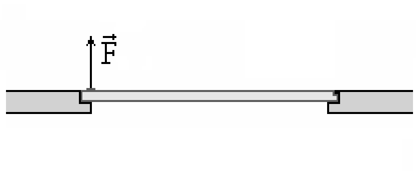


Рис. 81

178. Деревянная крышка люка в подпол в деревенском доме имеет длину L = 1 м, ширину h = 0,8 м и толщину d = 3 см (рис. 81). Крышку тянут за кольцо силой, направленной вертикально. При каком минимальном значении силы крышка может открыться? Плотность дерева $\rho_д$ = 600 кг/м^3.

179. Картон режут ножницами, прилагая к их ручкам силу F_1 = 4 Н (рис. 82). При этом на картон действует сила F_2 = 10 Н. Найдите длину плеча силы F_1, если длина плеча силы F_2 равна d_2 = 2 см. Трением пренебречь.

180. На рис. 83 изображена схема подъёмного крана. Кран поднимает груз массой m = 400 кг. Найдите минимальную массу противовеса M, который должен иметь кран, чтобы не опрокинуться. Известно, что d_1 = 7,2 м, а d_2 = 3 м.

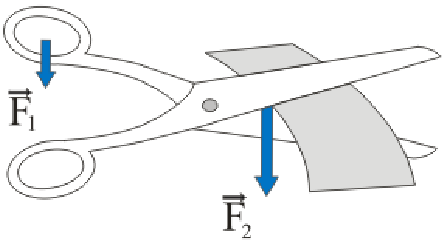


Рис. 82

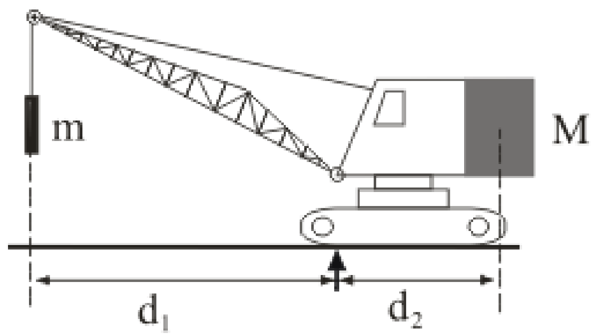


Рис. 83

181. На земле лежит железная труба длиной L = 3 м, внешним диаметром D = 3,5 см и внутренним диаметром d = 3,2 см. Какую вертикальную силу нужно приложить, чтобы приподнять трубу за один конец? Плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3.

182. На рис. 84 изображены рычаги, на которых подвешены по нескольку грузов одинаковой массы. Имеется ещё один такой же не подвешенный груз. Куда его нужно подвесить, чтобы рычаг в случаях а, б и в находился в равновесии?

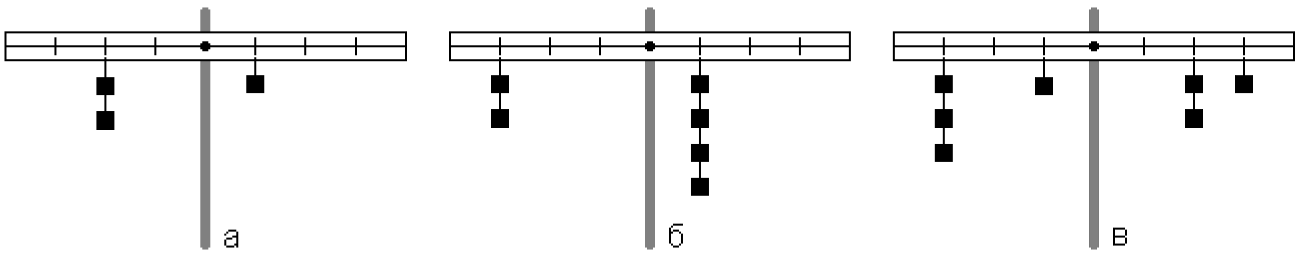


Рис. 84

183. На рис. 85 изображён рычаг, на котором уравновешены грузы массами m_1 = 3 кг и m_2 = 2 кг. Найдите длины отрезков АО и ОВ, если известно, что АВ = 1 м. Массой рычага пренебречь.

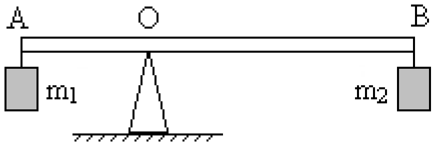


Рис. 85

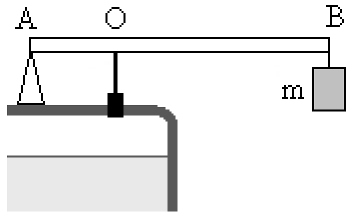


Рис. 86

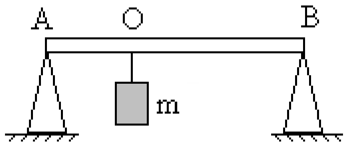


Рис. 87

184. Дверь, висящую на петлях, открывают за ручку, прикреплённую на расстоянии d = 80 см от линии петель. Дверь начала открываться, когда сила, приложенная к ручке перпендикулярно плоскости двери, достигла значения F = 2 Н. Найдите общий момент сил трения в петлях.
185. На рис. 86 схематично изображён клапан парового котла. Площадь клапана S = 3 см^2. Клапан открывается, когда давление в котле превышает атмосферное давление в N = 12 раз. Найдите массу груза, если известно, что АО = 10 см, ОВ = 40 см. Массой поршня и рычага пренебречь.
186. К планке, лежащей на двух опорах, подвешен груз массой m = 500 г (рис. 87). Найдите силу, с которой планка действует на каждую из опор, если АО = 20 см, ОВ = 30 см. Массой планки пренебречь.
187. На рис. 88 груз массой m = 2 кг уравновешен массой рычага. Масса рычага M = 1 кг, а длина рычага AB = L = 0,9 м. Найдите расстояние d от точки опоры до точки подвеса груза.
188. На рис. 89 m_1 = 4 кг, m_2 = 1 кг, AB = L = 1 м, AO = d = 0,3 м. Рычаг находится в равновесии. Найдите массу рычага.

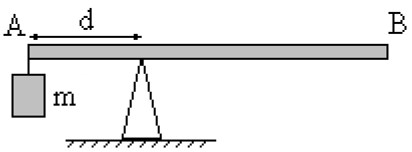


Рис. 88

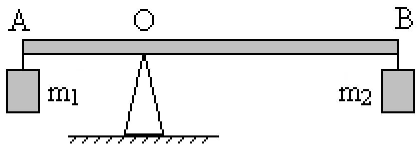


Рис. 89

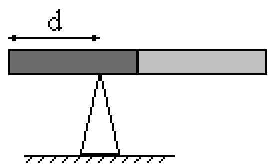


Рис. 90

189. Два бруска одинаковых размеров – один алюминиевый, другой железный, – уравновешены на призме (рис. 90). Длина каждого бруска равна l = 15 см. Найдите расстояние d от верхней грани призмы до левого конца железного бруска. Плотность алюминия $\rho_а$ = 2700 кг/м^3, плотность железа $\rho_ж$ = 7800 кг/м^3.
190. Требуется измерить массу груза с помощью динамометра. Максимальная сила, на которую рассчитан динамометр, равна 5 Н. Про массу груза известно, что она меньше 2 кг. Можно использовать рычаг, масса которого не известна. Предложите наиболее простой способ, как это сделать. Сделайте рисунок и напишите формулу, по которой следует рассчитывать массу груза.
191. Решите предыдущую задачу с более трудным условием: про массу груза ничего не известно. Как нужно действовать, чтобы не сломать динамометр?
192. На горизонтальной доске стоит тонкая деревянная планка, в верхний торец которой вбит маленький гвоздь. В доску ввинтили крюк и натянули нить (рис. 91). Нить тянут за конец С, постепенно увеличивая силу натяжения. Где она оборвётся: на участке АВ или на участке ВС?

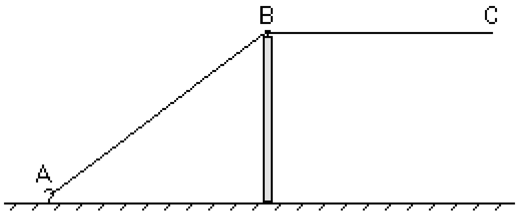


Рис. 91

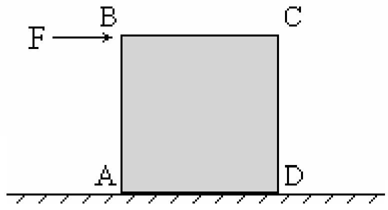


Рис. 92

193. На столе стоит деревянный кубик ABCD, длина ребра которого равна d = 10 см (рис. 92). С какой минимальной горизонтальной силой нужно толкать кубик в центре ребра B, чтобы он начал опрокидываться относительно ребра D? Кубик не скользит по столу. Плотность древесины $\rho_д = 0{,}68$ г/см^3.

194. Система состоит из четырёх одинаковых рычагов, скреплённых друг с другом, как показано на рис. 93. К левому концу системы (точке A) подвешен груз массой M = 1 кг. Длина левого плеча каждого рычага равна d_1 = 20 см, а правого – d_2 = 40 см. Какую вертикальную силу нужно приложить к правому концу системы (точке B), чтобы она находилась в равновесии? Куда она должна быть направлена: вверх или вниз? Рассмотрите два случая:

а). Массой рычагов можно пренебречь;

б). Масса каждого рычага равна m = 320 г.

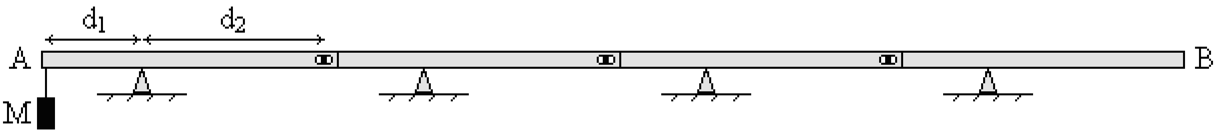
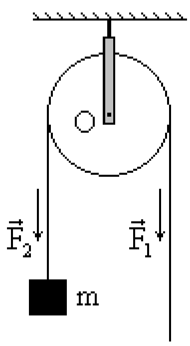


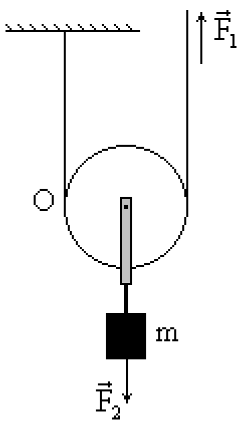
Рис. 93

195. Два груза одинаковой массы уравновешены на рычаге, находящемся в жидкости. Плотность первого груза в 9 раз больше плотности второго, а плотность второго груза в 3 раза больше плотности жидкости. Расстояние от точки опоры рычага до точки подвеса первого груза равно 9 см. Найдите расстояние от точки опоры до точки подвеса второго груза. Сделайте рисунок. Массой рычага пренебречь.

196. Два груза массами m_1 и m_2 уравновешены на рычаге. Когда грузы полностью погрузили в воду, равновесие сохранилось. Найдите отношение плотностей грузов. Массой рычага пренебречь.

197. Рабочий равномерно поднимает груз массой m = 20 кг с помощью неподвижного блока (рис. 94). С какой силой рабочий тянет за верёвку? С какой силой крепление блока действует на потолок? Массой блока пренебречь.





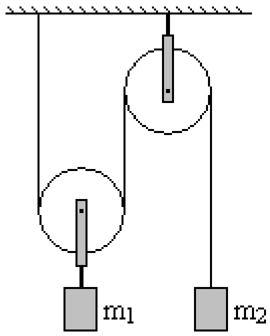


Рис. 94 Рис. 95 Рис. 96

198. Чему равна масса груза, равномерно поднимаемого подвижным блоком (рис. 95), если сила натяжения троса равна F_1 = 600 Н?

199. Система на рис. 96 находится в равновесии. Найдите массы грузов, если $m_1 + m_2$ = 3 кг.

200. С помощью подвижного блока (рис. 95) груз массой m = 50 кг подняли на высоту h = 8 м. На какую длину при этом был вытянут свободный конец верёвки? Какая работа при этом была совершена?

201. Система на рис. 97 находится в равновесии. Известно, что m_1 = 0,8 кг. Найдите массы всех остальных грузов.

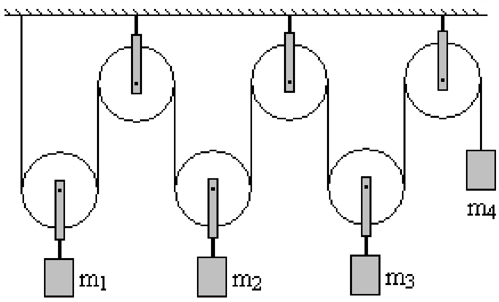


Рис. 97

202. Мешки с зерном массой m = 60 кг требуется поднимать на верхний ярус зернохранилища. Для этого два рабочих используют системы, показанные на рис. 98. Вычислите силу, с которой каждый из рабочих тянет за свободный конец верёвки.

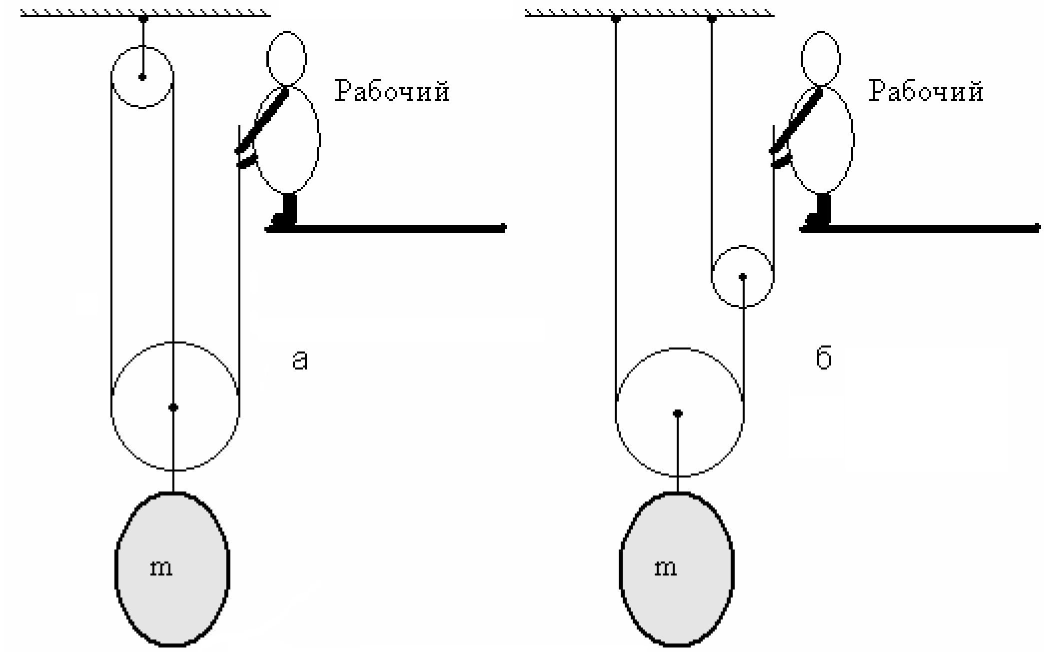


Рис. 98

203. Рабочий поднял мраморную плиту массой m = 50 кг на высоту h = 6 м с помощью подвижного блока. Плита всё время находилась под водой, а подъём длился t = 30 с. При этом рабочий тянул свободный конец верёвки с силой F = 180 Н.

1. Определите, присутствовало ли в системе значительное трение.
2. Найдите среднюю мощность рабочего и КПД системы подъёма.

Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность мрамора $\rho_м$ = 2700 кг/м^3.

204. Провода над железной дорогой, питающие током электропоезда, поддерживаются натянутыми с помощью системы, показанной на рис. 99. Она состоит из тросов, блоков и металлического груза и крепится к столбу. Толстый трос идёт от крайнего блока к держателю проводов. Сила натяжения этого троса равна T = 8 кН. Какой объём металлического сплава нужно взять, чтобы сделать такой груз? Плотность сплава ρ_c = 8100 кг/м^3. Трением в системе пренебречь.

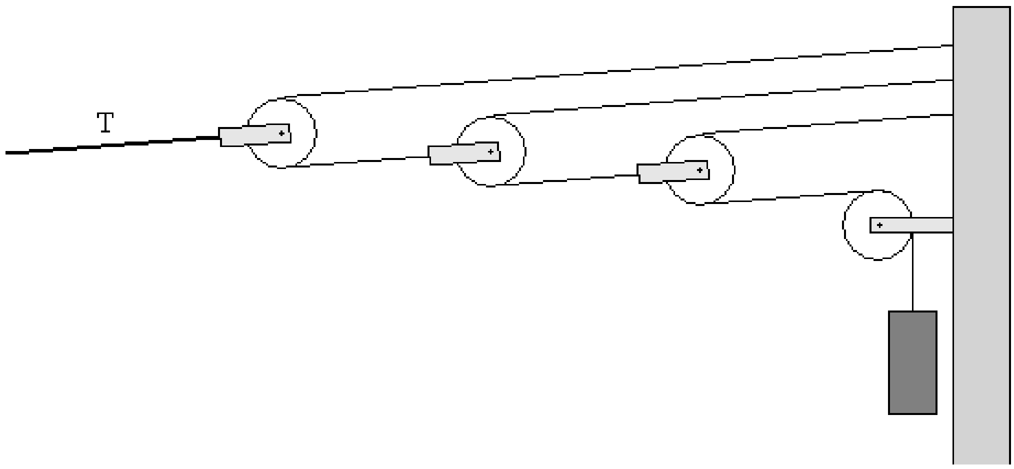


Рис. 99

205. На рис. 100 изображён ворот для подъёма воды из колодца. Радиус барабана ворота равен $r = 8$ см, а радиус окружности, которую описывает рукоятка ворота при своём движении, равен $R = 24$ см. Какой выигрыш в силе даёт ворот? Какую минимальную силу нужно прилагать к рукоятке, чтобы равномерно поднимать ведро массой $m = 9$ кг?

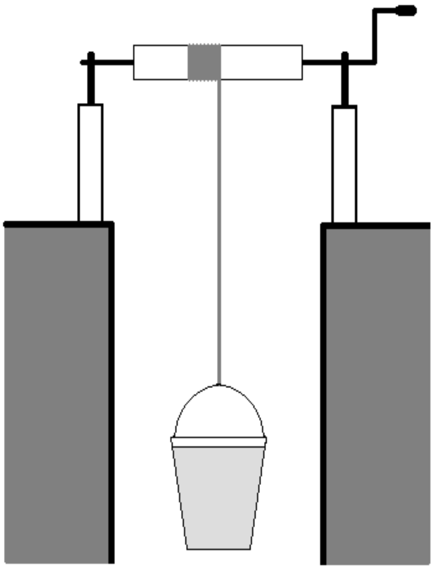


Рис. 100

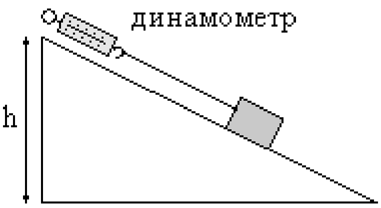


Рис. 101

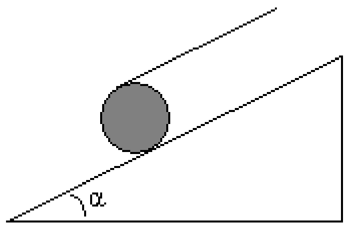


Рис. 102

206. На рис. 101 груз поднимают с помощью наклонной плоскости на высоту $h = 0{,}5$ м. Силу тяжести, действующую на груз, измерили, и она оказалась равна $F_1 = 6$ Н. Сила тяги при подъёме груза по наклонной плоскости равна $F_2 = 4$ Н. Длина наклонной плоскости равна $l = 0{,}8$ м. Чему равен КПД наклонной плоскости? Под КПД наклонной плоскости понимается отношение работы, совершаемой при поднятии груза по вертикали без трения, к работе, совершаемой при подъёме по плоскости.

207. Какой выигрыш в силе даёт наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, если силами трения можно пренебречь?

208. По наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, поднимают бочку с помощью верёвки (рис. 102). Какой выигрыш в силе получают при таком подъёме? Трением пренебречь.

209. На концы твёрдого стержня длиной $L = 1$ м надеты металлические шарики массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. На каком расстоянии от более тяжёлого шарика находится *центр тяжести* этой конструкции? Стержень считать невесомым. *Центр тяжести – это такая точка системы, что если под эту точку подставить опору, то система будет находиться в равновесии (не будет падать).*

210. На концы твёрдого стержня длиной L = 0,8 м надеты металлические шарики массами m_1 = 200 г и m_2 = 400 г. На каком расстоянии от более тяжёлого шарика находится центр тяжести этой конструкции, если масса стержня равна m = 200 г?

Подсказки

176 [1]. Применяйте правило рычага или правило моментов.
177 [1]. Применяйте правило рычага или правило моментов.
178 [2]. Сила тяжести приложена к центру крышки. Применяйте правило моментов относительно линии петель крышки.
179 [1]. Применяйте правило рычага или правило моментов.
180 [1]. Применяйте правило рычага или правило моментов.
181 [3]. Сила тяжести приложена к центру трубы. Применяйте правило моментов относительно точки опоры трубы.
182 [3]. Нужно применить правило моментов относительно центра рычага. Для каждого рисунка посчитайте момент, вращающий рычаг по часовой и против часовой стрелки (в условных единицах). Потом вычислите недостающий момент и определите, куда нужно подвесить груз.
183 [2]. Применяйте правило моментов относительно неподвижной опоры.
184 [2]. Момент сил трения равен моменту силы, открывающей дверь.
185 [3]. Применяйте правило моментов относительно неподвижной опоры.
186 [3]. Сила, с которой планка действует на каждую опору, равна по модулю и противоположна по направлению силе, с которой опора действует на планку. С учётом этого примените правило моментов 2 раза: один раз относительно точки A, второй раз относительно точки B.
187 [3]. Сила тяжести, действующая на рычаг, приложена к центру рычага. С учётом этого записывайте правило моментов.
188 [3]. Сила тяжести, действующая на рычаг, приложена к центру рычага. С учётом этого записывайте правило моментов.
189 [3]. Сила тяжести, действующая на каждый из брусков, приложена к центру этого бруска.
190 [3]. Чтобы не учитывать массу рычага, нужно положить рычаг центром на опору. А груз не обязательно подвешивать к концу рычага.
191 [4]. Можно подвешивать груз к разным точкам. Подумайте, к какой точке нужно подвесить груз сначала. После этого груз можно двигать и следить за показаниями динамометра.
192 [4]. Пока нить не порвана, планка находится в равновесии и выполняется правило моментов относительно точки касания планки со столом. Постройте плечо каждой силы (проведите перпендикуляры). В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.
193 [3]. Применяйте правило моментов относительно точки D.
194 [3]. Применяйте правило моментов для каждого рычага.
195 [4]. Обозначьте массу каждого груза за m и выразите вес каждого груза через массу и отношение плотностей. После этого применяйте правило моментов.
196 [4]. Свяжите массы с весом в воде и применяйте правило моментов.
197 [2]. Неподвижный блок не даёт выигрыш в силе. Поэтому сила, которую прилагает рабочий, равна силе тяжести груза. Для ответа на второй вопрос учтите, что блок находится в равновесии, а значит, равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю. Сила, с которой крепление действует на потолок, равна по модулю и противоположна по направлению силе, с которой потолок действует на крепление.
198 [2]. Подвижный блок даёт выигрыш в силе в 2 раза.
199 [2]. См. подсказку к предыдущей задаче.
200 [2]. Рассмотрите рис. 78.
201 [3]. В системе присутствует одна верёвка, и её сила натяжения во всех точках одинакова.
202 [3]. На рис. 98, а сила натяжения верёвки, которую рабочий держит в руках, одинакова во всех точках. На рис. 98, б двукратное применение подвижного блока.

203 [4]. Для ответа на первый вопрос вычислите силу, которую прилагал бы рабочий для равномерного подъёма плиты, если бы не было трения. Мощность рабочего найдите по формуле (22), а КПД по формуле (23).
204 [3]. Система из трёх подвижных блоков даёт выигрыш в силе в 8 раз.
205 [2]. Используйте правило моментов.
206 [2]. Рассчитывайте КПД по формуле (23).
207 [3]. Вспомните теорему из курса геометрии: катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы. Значит, имеется проигрыш в расстоянии в 2 раза. Примените золотое правило механики.
208 [4]. Применение наклонной плоскости даёт выигрыш в силе в 2 раза. Применение верёвки тоже даёт выигрыш в силе в 2 раза, т.к. при этом мы в 2 раза проигрываем в расстоянии. Действительно, пусть бочка прошла относительно плоскости путь 1 м. Верёвка размоталась и прошла относительно бочки тоже 1 м. Значит, свободный конец верёвки прошёл относительно плоскости 2 м.
209 [3]. Запишите правило моментов относительно центра тяжести.
210 [3]. Можно сразу записывать правило моментов. А можно поступить так: сначала найдём центр тяжести более лёгкого шара и стержня (без учёта второго шара). Это сделать легко. Потом представим, что вся общая масса стержня и лёгкого шара перенесена в их центр тяжести. Получим систему из двух материальных точек. Её центр тяжести найти легко (см. задачу 209).

Тема 9. Закон сохранения энергии

§ 29. Закон сохранения энергии

В течение многих веков в разных странах пытались создать вечный двигатель – устройство, которое давало бы сколь угодно много энергии. Например, вечный двигатель мог бы сколь угодно долго вращать вал какой-нибудь машины без затраты горючего или другого вида энергии. Но все многочисленные попытки создать вечный двигатель оказались неудачными. Возникла мысль о том, что вечный двигатель создать вообще невозможно.

Ни один из механизмов не даёт выигрыша в работе. Все механизмы только переводят энергию от одного тела к другому, преобразуют энергию из одного вида в другой. Это свидетельствует о том, что *количество энергии в мире вообще нельзя изменить.*

Энергия не появляется и не исчезает, а только переходит из одного вида в другой.

Так звучит **закон сохранения энергии.**

Интересна история открытия закона сохранения энергии. Впервые этот закон сформулировал немецкий врач Юлиус Роберт фон Майер (1814-1878). Он заметил, что цвет крови у моряков, переплывших из одной географической широты в другую, меняется. Из этого он сделал потрясающий вывод: «*… имеющаяся однажды налицо энергия не может превратиться в нуль, а только перейти в другую форму …*». Подробно об истории этого открытия вы можете прочитать в дополнительной литературе. На сегодняшний день закон сохранения энергии проверен во множестве экспериментов.

Создать вечный двигатель невозможно. Но перед физиками стоит другая важная задача – научиться использовать имеющуюся в мире энергию наиболее выгодными и удобными способами. Нас окружает огромное количество энергии, и об этом вы подробнее узнаете в старших классах. Но не всякую энергию удобно (и вообще возможно) использовать. Энергию бензина можно использовать в двигателях автомобилей. При сгорании бензина энергия не исчезает, а превращается в другие виды энергии (в основном в энергию теплового движения молекул). Но энергию теплового движения молекул, образующуюся после сгорания бензина, использовать уже крайне сложно. Энергия движущейся воды превращается в электрическую энергию на гидроэлектростанциях. Энергию ветра тоже используют для получения электричества. Однако ветер обладает большим непостоянством, и в этом его недостаток. Большое значение для растений и всей жизни на Земле имеет солнечная энергия.

Задачи

211. Камень подбросили вертикально вверх, сообщив ему скорость υ. На какую максимальную высоту над точкой бросания поднимется камень? Решите задачу в общем виде и сделайте расчёт для случая $\upsilon = 6$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

212. Металлический шарик массой $m = 0{,}5$ кг падает на пол с высоты $h = 2$ м и отскакивает от пола. Скорость шарика сразу после удара равна $\upsilon = 4$ м/с. Какая часть механической энергии шарика превратилась в тепловую энергию при ударе о пол?

213. На краю крыши висела сосулька массой $m = 600$ г, её нижний конец находился на высоте $h = 6$ м над толстым слоем снега. Сосулька упала, и её нижний конец вошёл в снег на глубину $L = 1$ м (рис. 103). Найдите силу сопротивления, действовавшую на сосульку со стороны снега, считая эту силу постоянной. Сопротивлением воздуха пренебречь.

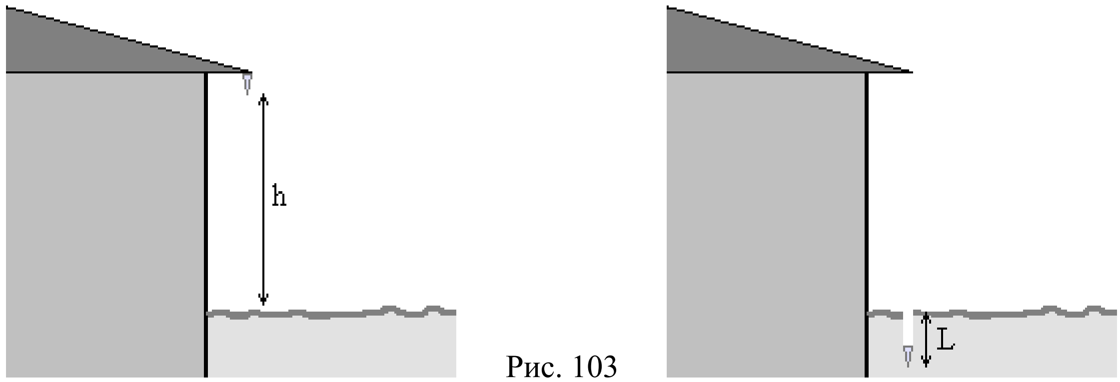


Рис. 103

214. Электродвигатель потребляет из сети мощность $N = 500$ Вт, а его КПД равен $\eta = 90\%$. Какое количество теплоты выделяется за $t = 20$ мин работы двигателя?

215. Земля может вращаться вокруг Солнца сколь угодно долго. Почему Земля не является вечным двигателем?

216. На рисунках 104-107 изображены проекты вечных двигателей, предложенные разными изобретателями. Рассмотрите каждый рисунок и найдите, в чём была ошибка автора каждого проекта (то есть объясните, почему эта конструкция не будет вечным двигателем).

а.) На рис. 104 колесо с откидными стержнями с грузами на концах должно было, по мысли автора, всё время вращаться по часовой стрелке. Грузы на откинутых стержнях справа находятся дальше от оси колеса, чем грузы слева, и поэтому момент силы тяжести будет вечно вращать колесо.

б.) На рис. 105 цепь с поплавками проходит через сосуд с водой. На поплавки в сосуде действует сила Архимеда, которая, по задумке автора, должна вечно вращать цепь в направлении, показанном стрелкой.

в.) Система на рис. 106 состоит из двух трубок, частично заполненных ртутью. По мысли автора, ртуть в трубках будет переливаться так, что система будет вечно вращаться против часовой стрелки.

г.) Система на рис. 107 очень проста. В стенку сосуда с водой встроен барабан, который может вращаться на оси. Сила Архимеда будет вечно вращать его по часовой стрелке.

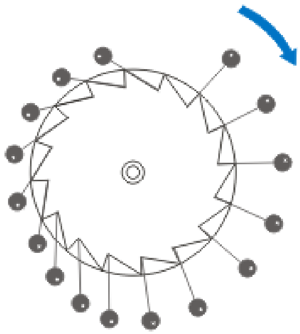


Рис. 104

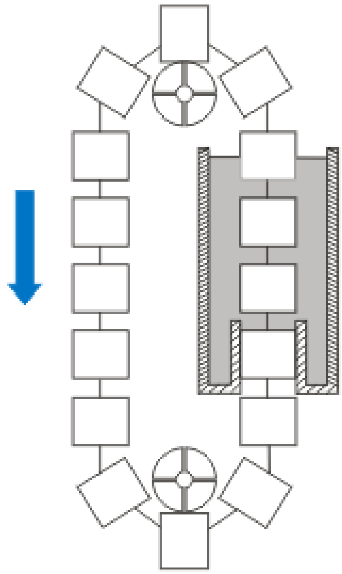


Рис. 105

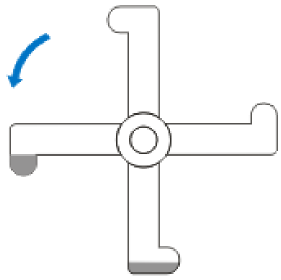


Рис. 106

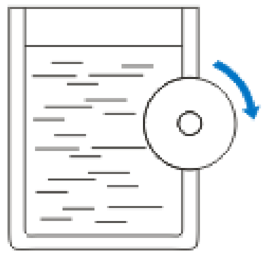


Рис. 107

217. Мальчик подбросил мяч вертикально вверх и поймал его в точке бросания. Сравните время подъёма мяча до наивысшей точки и время падения (определите, какое время больше, а какое меньше). Учтите сопротивление воздуха.

218. Санки съезжают с ледяной горки. Опишите процесс преобразования энергии санок (какой энергией санки обладали в начале, в какую она превращалась за время спуска и в какую превратилась в конце).

219. На рис. 99 груз поднимают с помощью наклонной плоскости на высоту h = 0,5 м. Силу тяжести, действующую на груз, измерили, и она оказалась равна F_1 = 6 Н. Сила тяги при подъёме груза по наклонной плоскости равна F_2 = 4 Н. Длина наклонной плоскости равна l = 0,8 м. Чему равна сила трения, действующая на груз? Силу трения во время подъёма считать постоянной.

220. Мальчик подбросил камень вертикально вверх, сообщив ему скорость υ = 8 м/с. На какой высоте над точкой бросания кинетическая энергия камня равна его потенциальной энергии? За нулевой уровень потенциальной энергии принять уровень точки бросания. Сопротивлением воздуха пренебречь.

221. Гидроэлектростанция вырабатывает электроэнергию. Опишите путь, который проходит энергия, прежде чем стать электрической.

Подсказки

211 [2]. Кинетическая энергия камня к моменту наивысшего подъёма полностью превращается в потенциальную. Приравняйте эти энергии друг другу.

212 [2]. Вычислите, какую часть от начальной потенциальной энергии шарика составляет кинетическая энергия после удара. Из единицы вычтите полученное число.

213 [3]. Потенциальная энергия сосульки перешла в тепловую за счёт силы сопротивления. Поэтому потенциальная энергия равна по модулю работе силы сопротивления.

214 [3]. Из условия задачи ясно, что 10% электроэнергии, потребляемой из сети, превращается в тепловую.

215 [2]. Земля не является источником энергии. Если бы у Земли забирали бы энергию её вращения, то вращение бы постепенно замедлялось, и Земля могла бы «упасть» на Солнце из-за силы тяготения.

216 [4]. а.) Грузы справа находятся дальше от оси центра, но зато с левой стороны грузов больше. Из этого сделайте вывод о моментах сил.

б.) На самый нижний из находящихся в сосуде с водой поплавков действует сила давления воды сверху. Она будет больше всех сил Архимеда вместе (сделайте расчёт и убедитесь в этом). Поэтому на самом деле цепь будет вращаться не в том направлении, которое показано стрелкой, а в противоположном, и вода быстро выльется из сосуда. А чтобы снова налить воду в сосуд, нужно затратить энергию. Поэтому вечный двигатель не получится.

в.) Когда трубки расположатся под углом 45° к горизонту, ртуть в обеих трубках перельётся в нижние колена. Произойдёт несколько колебаний трубки туда-сюда, но правое колено не поднимется выше горизонтали, и поэтому ртуть не будет переливаться.

г.) Во-первых, закон Архимеда и формула (17) здесь не применимы, поскольку барабан не погружён в воду полностью и не плавает. На барабан, конечно, действует некоторая сила со стороны воды. Но простое рассуждение показывает, что линия действия этой силы проходит через ось барабана. Поэтому её плечо равно нулю, а значит, и момент равен нулю. Действительно, сила давления жидкости перпендикулярна поверхности. На каждый маленький участок барабана действует сила, перпендикулярная поверхности. Линия действия каждой такой силы проходит через ось барабана, поэтому момент силы равен нулю. Значит, момент равнодействующей всех этих сил тоже равен нулю. Кстати, равнодействующая всех этих сил направлена не вертикально, а под некоторым углом к вертикали (попробуйте объяснить, почему).

217 [4]. Рассмотрите какую-нибудь точку траектории мяча. Сравните скорость при прохождении мячом этой точки при подъёме и при спуске. Учтите, что сила сопротивления воздуха совершает отрицательную работу, забирая энергию у мяча.

218 [3]. Сначала санки обладали потенциальной энергией, потом она превращалась в кинетическую и в тепловую. Когда санки затормозили, вся механическая энергия перешла в тепловую.

219 [4]. Вычислите работу силы трения, а затем саму силу.

220 [4]. Вычислите, до какой высоты поднимется камень, как в задаче 205. На половине этой высоты половина всей механической энергии будет потенциальной, а другая половина – кинетической. Поэтому вычисленную высоту нужно разделить на 2.

221 [3]. Рассмотрим цепочку с конца:

электроэнергия ← кинетическая энергия воды ← потенциальная энергия воды ← потенциальная энергия воды в облаках. Перед тем, как попасть в облака, вода находилась в водоёмах на земле. Подумайте, за счёт какой энергии осуществляется круговорот воды в природе.

Ответы

1. 5 м/с.
2. 70,6 км/ч = 19,6 м/с.
3. υ_1 = 5 км/ч = 1,39 м/с, s_2 = 9 км = 9000 м, t_3 = 2 ч = 7200 с
4. 4500 км.
5. 29670 м/с.
6. 5000 с.
7. 16 км; 4 км/ч.
8. Катя и Наташа встретятся на расстоянии 3,2 км от Липовки.
9. 72 с.
10. $t = \dfrac{\upsilon_1 \Delta t}{\upsilon_1 - \upsilon_2} = 35$ мин.
11. 70 мин.
12. $t = \dfrac{S(\upsilon_3 - \upsilon_1)}{\upsilon_3(\upsilon_1 - \upsilon_2)} = 16$ мин. Средняя скорость равна 70 км/ч.
13. 14 м/с.
14. Время движения по реке равно 125 с, а по озеру – 120 с.
15. $S_{общ} \approx 17{,}33$ км.
16. $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 45$ с.
17. $\upsilon_{ср}$ = 3,7 км/ч = 1,028 м/с.
18. $\upsilon_{ср} = \dfrac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 48$ км/ч.

19. $\upsilon_{\text{ср}} = \dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = 60$ км/ч.
20. За 10 ч пройдено 500 км; скорость равна 50 км/ч.
21. Скорость равна 10 м/с; за 6 с будет пройдено 60 м.
22. Скорость Маши равна 2 м/с, а скорость Наташи равна 1 м/с.
23. $\upsilon_2 = \dfrac{m_1}{m_2}\upsilon_1 = 2$ м/с.
24. m = 80,01 г = 0,08001 кг.
25. 4500 кг, 100 кг, 4 кг, 0,063 кг, 0,0002 кг, 0,1504 кг; 0,001 $м^3$, 0,000008 $м^3$, 0,01 $м^3$; 1000 кг/$м^3$, 600 кг/$м^3$, 5 кг/$м^3$.
26. ρ = 800 кг/$м^3$ = 0,8 г/$см^3$.
27. 1000 кг/$м^3$.
28. 3,9 кг.
29. 0,01 $м^3$ и 0,009 $м^3$.
30. 0,471 кг.
31. 2,1 кг.
32. 4,29 кг.
33. 70 г.
34. 226 г.
35. 15,6 кг.
36. 0,17 кг.
37. 8900 кг/$м^3$. Это медь.
38. 88 листов.
39. Есть.
40. Лёд занимает 1/9 объёма, а воздух – 8/9 объёма.
41. ρ_1 = 450 кг/$м^3$, ρ_2 = 900 кг/$м^3$.
42. ρ_1 = 400 кг/$м^3$, ρ_2 = 800 кг/$м^3$.
43. $\mathrm{V} = \dfrac{3{,}69}{10^{29}}$ $м^3$.
44. На чемодан действуют сила тяжести и сила упругости. Обе они равны 100 Н.
45. 10000 Н. Вес.
46. а.) 0,1 Н. б.) 100000 Н. в.) 600 Н.
47. 71750 кН.
48. 8,835 Н.
49. 0,5 Н.
50. 900 Н.
51. $m = \dfrac{F}{g} = 70$ кг.
52. ρ = 400 кг/$м^3$. Это сосна.
53. 0,8 Н.
54. $x = \dfrac{mg}{k} = 0{,}02$ м = 2 см.
55. На 20 см.
56. Цена деления F = 1 Н, коэффициент жёсткости k = 50 Н/м.
57. 12 Н.
58. 300 Н/м.
59. 10 Н.
62. $k = k_1 + k_2 = 120$ Н/м.
63. $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 40$ Н/м.
64. а.) F = 1 Н, направлена вправо б.) F = 0,3 Н, направлена влево в.) F = 0.
65. $V = \dfrac{hk\pi d^2}{4k - \rho\pi d^2 g} = 0{,}029$ $м^3$.
66. 1875 Па.
67. 10^8 Па.
68. $5 \cdot 10^6$ Па
69. 49 кг.
70. 0,01 $м^2$ = 1 дм.

71. $F = P\dfrac{\pi d^2}{4} = 589440$ Н.
72. 480 Па.
73. а.) 2000 Па б.) 1580 Па в.) 1600 Па.
74. $V = \pi R^2 h = 0{,}148$ м^3.
75. $P_{гидр} = 100000$ Па, $P_{полн} = 200000$ Па.
76. $\rho = \dfrac{P}{gh} = 710$ кг/м^3.
77. 5 м.
78. $\Delta P = \rho g h = 1350$ Па.
79. $\Delta P = \rho g h = 38{,}7$ Па.
80. $P = P_{атм} + \rho g h + \dfrac{mg}{S} = 111000$ Па, $F = PS = 11100$ Н.
81.125,6 Н.
82. 400000 Па. Насос накачивает воду в резервуар водонапорной башни, создавая при этом такое же давление. Но если бы башни не было, насос не справлялся бы с перекачиванием больших объёмов воды в те часы, когда жители деревни ей активно пользуются. Резервуар водонапорной башни позволяет иметь запас воды на такие часы.
83. 10,3 м.
84. $h_{подв} = h\dfrac{\rho_л}{\rho_в} \approx 1{,}75$ м, $h_{надв} \approx 0{,}25$ м.
85. $P = P_{атм} + \dfrac{F}{S} - \rho g h = 106667$ Па.
86. Лёд занимает 1/10 объёма, а воздух – 9/10 объёма.
87. $F = \dfrac{\rho g d}{2} \cdot S = 5000$ Н.
88. Средняя плотность равна $\rho_{ср} = 800$ кг/м^3; $P_{гидр} = \rho_{ср}gh = 8000$ Па, m = 16 кг.
89. Не изменилось.
90. $\rho_1 = \rho_2 \dfrac{h_2}{h_1} = 800$ кг/м^3.
91. $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{h_2}{h_1} = 0{,}9$.
92. $h_2 = 8d = 8$ см, $h_1 = h_2 \dfrac{\rho_2}{\rho_1} = 9$ см.
93. $h_2 = h_1 \cdot \dfrac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = 4{,}14$ см.
94. $P = \dfrac{S_1 P_A + S_2 P_B}{S_1 + S_2} = 1230$ Па.
95. В случае а.) уровень масла будет выше уровня АВ на $d_1 = 1{,}79$ см, а воды – на $d_2 = 1{,}28$ см; в случае б.) уровень масла будет выше уровня АВ на $d_1 = 1{,}49$ см, а воды – на $d_2 = 3{,}71$ см.
96. Скорость поднятия воды равна $\upsilon_в = \dfrac{Q}{2\rho_в S} = 1$ мм/с, а масла – $\upsilon_м = \dfrac{Q(2\rho_в - \rho_м)}{2\rho_в \rho_м S} = 1{,}2$ мм/с.
97. Скорость поднятия воды равна $\upsilon_в = \dfrac{\pi d^2 \upsilon \rho_м}{8\rho_в S} = 0{,}28$ мм/с, а масла – $\upsilon_м = \dfrac{\pi d^2 \upsilon}{8} \cdot \dfrac{2\rho_в - \rho_м}{\rho_в S} = 0{,}34$ мм/с.
98. Цена деления P = 2ρgd = 40 Па, манометр показывает 160 Па.
99. а.) нельзя, б.) можно.
100. $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{kL}}{\mathrm{pr}^2} + \mathrm{P}_{атм} = 2{,}09 \cdot 10^6$ Па.
101. $P = P_{атм} - \rho g h = 98000$ Па.
102. Перевесит левый сосуд.
103. Ответ содержится в подсказке.

104. Ответ содержится в подсказке.
105. Ответ содержится в подсказке.
106. Ответ содержится в подсказке.

107. $F_1 = mg\dfrac{S_1}{S_2} = 160$ Н.

108. $F_1 = F_2\dfrac{S_1}{S_2} = 100$ Н.

109. $F_2 = F_1\dfrac{S_2}{S_1} = 120000$ Н.

110. $m = \dfrac{F_1}{g}\cdot\dfrac{S_2}{S_1} = 108$ т.

111. $\dfrac{F_2}{F_1} = \left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2 = 3600.$

112. Избыточное давление равно Р = $1{,}5\cdot10^5$ Па; $S_1 = \dfrac{F_1}{P} = 6{,}67\cdot10^{-3}$ м^2, $F_2 = PS_2 = 1{,}5\cdot10^5$ Н.

113. $S = \dfrac{m}{\rho h} = 0{,}3$ м^2.

114. $F = S_1\left(\dfrac{mg}{S_2} + \rho gh\right) = 8{,}8$ Н.

115. Одинаковы.
116. 8000 т.
117. 9700 м^3.
118. Ответ содержится в подсказке.

119. $V_1 = \dfrac{\rho}{\rho_ж}V$, $V_2 = \dfrac{\rho_ж - \rho}{\rho_ж}V$.

120. 1,85 Н.
121. 7 Н.
122. 6 Н.
123. 3/4 объёма.

124. $x = \dfrac{m + S\rho_л h}{S(\rho_в - \rho_л)} = 1$ м.

125. m = ρSh.

126. $P = \dfrac{\rho - \rho_ж}{\rho}\cdot mg = 56{,}67$ Н.

127. Не утонет. Средняя плотность шара равна 999 кг/м^3.
128. 6,5 кг.

129. $V = \dfrac{m}{\rho_в - \rho_г} = 2000$ м^3.

130. $m_г = \dfrac{(\rho_в V - 2m)\rho_с}{2(\rho_с - \rho_в)} = 0{,}55$ г.

131. $V_п = m\dfrac{\rho_ж - \rho_в}{\rho_ж(\rho_в - \rho_п)} \approx 0{,}22$ м^3.

132. Перевесит чаша с деревянным кубиком.

133. $m_а = m\dfrac{\rho_а}{\rho_ж}\cdot\dfrac{\rho_ж - \rho_в}{\rho_а - \rho_в} = 0{,}100019$ кг.

134. Не сохранится. Чтобы равновесие сохранилось, нужно на правую чашу положить груз массой m = 2Vρ, где V – объём груза, ρ – плотность воды.
135. Равновесие нарушится и перевесит левый шар.
136. Равновесие сохранится, причём независимо от соотношения масс брусков.

137. 50 т.
138. 19,4 см.
139. $\upsilon = \frac{\rho_п}{\rho_в} u = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ м/с.
140. $F = \left((\rho_в H - \rho_б h)g + P_{атм}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 3554$ Н.
141. $N = mg + \rho_в g\left(\frac{\pi d^2 h}{4} - \frac{m}{\rho_c}\right) = 8{,}7$ Н.
142. $V_1 = V\frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 1$ дм^3, $V_2 = V\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} = 1$ дм^3.
143. $h_1 = h + \frac{m}{\rho \pi r^2} = 15{,}3$ см.
144. Килограмм гвоздей тяжелее, потому что сила Архимеда, действующая на него, меньше. Однако эта разница очень мала.
145. 10^9 Дж.
146. 160 м.
147. 500 кДж.
148. -480 кДж.
149. Работа обеих сил равна нулю.
150. 20 м.
151. 40 кг.
152. 5 Дж.
153. 15 м.
154. 40 кг.
155. $A = \frac{mgh}{2} = 1{,}25 \cdot 10^8$ Дж.
156. 3165 Дж.
157. 518 Дж.
158. $9 \cdot 10^{12}$ Дж.
159. $-4{,}5 \cdot 10^7$ Дж.
160. 10 г.
161. $N = \frac{\upsilon_0^2}{\upsilon_0^2 - \upsilon^2} = 3{,}6$, то есть пуля пробьет 3 экрана.
162. 16 кВт.
163. 3250 Вт.
164. $6 \cdot 10^8$ Дж.
165. 50 Вт.
166. 1500 Вт.
167. 20 с.
168. $N = F\upsilon = 136$ кВт.
169. 80 Вт.
170. 376,8 Вт.
171. 97%.
172. 43,2 кДж.
173. 86%
174. 70%
175. 20,8 с.
176. 400 Н.
177. 200 кг.
178. $F = \frac{\rho L h d g}{2} = 72$ Н.
179. 5 см.
180. 960 кг.
181. 18,46 Н.
182. а.) На третью позицию справа; б.) На вторую позицию справа; в.) На третью позицию справа.
183. АО = 0,4 м, ОВ = 0,6 м.
184. 1,6 Н·м.

185. 0,55 кг.
186. F_A = 3 Н, F_B = 2 Н.
187. 0,15 м.
188. 0,5 кг.
189. 11 см.
190. См. рис. 108.

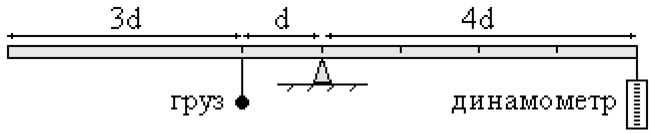


Рис. 108

191. Сначала груз нужно подвесить около точки опоры, а потом отодвигать.
192. На участке АВ.
193. 3,4 Н.
194. а.) 0,625 Н; б.) 1,125 Н. Сила в обоих случаях направлена вверх.
195. 13 см.
196. Плотности равны.
197. Рабочий тянет с силой 200 Н, на потолок действует сила 400 Н.
198. 120 кг.
199. m_1 = 2 кг, m_2 = 1 кг.
200. На 16 м; совершена работа 4000 Дж.
201. $m_2 = m_3$ = 0,8 кг, m_4 = 0,4 кг.
202. На рис. 94, а 200 Н, а на рис. 94, б – 150 Н.
203. Трение присутствует; N = 72 Вт, η = 87%.
204. 0,0123 $м^3$.
205. Выигрываем в 3 раза; 30 Н.
206. 93,7%.
207. в 2 раза.
208. в 4 раза.
209. На расстоянии 25 см.
210. На расстоянии 30 см.
211. 1,8 м.
212. 0,6
213. 42 Н.
214. 60 кДж.
215. Земля не является вечным источником энергии.
216. Смотрите подсказку.
217. Время спуска больше, чем время подъёма.
218. Ответ содержится в подсказке.
219. 0,25 Н.
220. 1,6 м.
221. Смотрите подсказку. Круговорот воды в природе осуществляется за счёт солнечной энергии.

Приложение. Таблицы плотностей некоторых веществ.

Таблица 1. Плотности твёрдых веществ.

Твёрдое вещество	**Плотность, кг/м^3**	**Твёрдое вещество**	**Плотность, кг/м^3**
Осмий	22600	Мрамор	2700
Иридий	22400	Стекло оконное	2500
Платина	21500	Фарфор	2300
Золото	19300	Бетон	2300
Свинец	11300	Кирпич	1800
Серебро	10500	Сахар-рафинад	1600
Медь	8900	Оргстекло	1200
Латунь	8400	Капрон	1100
Железо, сталь	7800	Полиэтилен	920
Олово	7300	Парафин	900
Цинк	7100	Лёд	900
Чугун	7000	Дуб (сухой)	700
Корунд	4000	Сосна (сухая)	400
Алюминий	2700	Пробка	240

Таблица 2. Плотности жидкостей.

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Ртуть	13600	Керосин	800
Серная кислота	1800	Спирт	800
Мёд	1350	Нефть	800
Вода морская	1030	Ацетон	790
Молоко цельное	1030	Эфир	710
Вода чистая	1000	Бензин	710
Масло подсолнечное	930		
Масло машинное	900		

Таблица 3. Плотности газов (плотности указаны при t = 0°C, плотность водяного пара при t = 100°C).

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Хлор	3,21	Угарный газ	1,25
Углекислый газ	1,98	Природный газ	0,8
Кислород	1,43	Водяной пар	0,059
Воздух	1,29	Гелий	0,18
Азот	1,25	Водород	0,09