М. Ю. Ромашка

Коллекция задач для олимпиад по физике

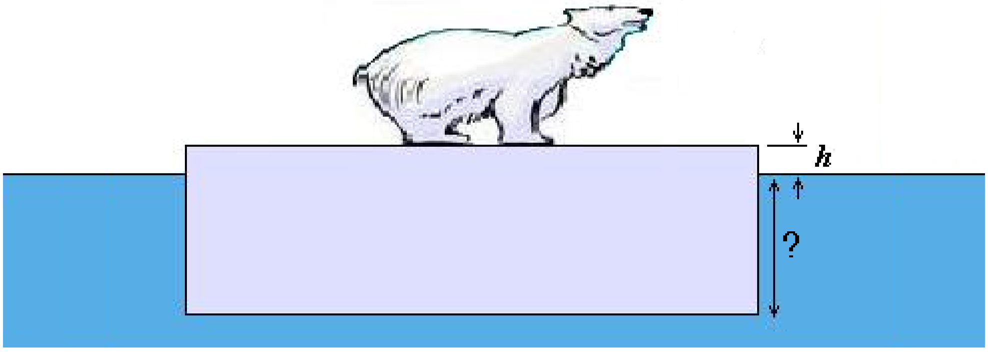
Примечание. Здесь собраны многие придуманные мной задачи разных уровней сложности, от школьных олимпиад до зонального этапа всероссийской олимпиады. Большинство задач рассчитаны на школьную олимпиаду или Московскую городскую олимпиаду (первый и второй туры). Под названиями некоторых задач подписано, где эта задача была использована, но не все задачи так подписаны, поскольку я собирал задачи разных лет из разных файлов, и сортировать их было уже весьма трудоёмко. Но это и не важно; большинство задач были использованы, а остальные я не планирую давать на олимпиады, поэтому вы можете использовать эти задачи свободно, по своему усмотрению. Для подготовки школьников, проведения школьных или любых других олимпиад, где использованность задачи не является критичной. Авторство некоторых задач не является оригинальным (я заимствовал или перерабатывал идеи уже известных задач). Таких задач меньшинство, и я старался это также указать под названием. Разделение на классы также весьма условно, т.е. задачу для 8-го класса можно дать и в 10-й, по вашему усмотрению. К сожалению, здесь задачи не отсортированы по сложности, но я надеюсь, что вы сможете хотя бы приближённо оценить уровень любой из этих задач (если есть сомнения, то нужно решить задачу, и тогда будет понятно). Желаю успехов вам и вашим ученикам. М. Ю. Ромашка.

7 класс

Медведь на айсберге

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 7 кл.)

Недалеко от льдов Арктики на небольшом айсберге площадью S = 70 м^2 стоит белый медведь массой m = 700 кг. При этом высота надводной части айсберга равна h = 10 см. Найдите высоту подводной части айсберга. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3. Верхняя и нижняя поверхности айсберга горизонтальны, а боковые поверхности вертикальны.



Ответ: $x = \dfrac{m + S\rho_л h}{S(\rho_в - \rho_л)} = 1\,\text{м}$.

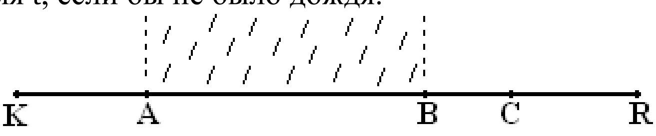
Поездка в Константиново

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 8 кл.)

Школьники побывали в селе Константиново, родине Сергея Есенина, и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью υ_1 = 70 км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость до υ_2 = 50 км/ч. Когда дождь кончился, автобусы вновь поехали с прежней скоростью и въехали в Рязань на 10 минут позже, чем было запланировано. Сколько времени шёл дождь?

Ответ: $t = \dfrac{\upsilon_1 t_{зад}}{\upsilon_1 - \upsilon_2} = 35\,мин.$

Указание. Один из способов: Сделать рисунок. K – Константиново, R – Рязань, AB – участок, который автобус проехал под дождём за время t, которое нужно найти. AC – участок, который проехал бы автобус за время t, если бы не было дождя.



BC = AC – AB = $t(\upsilon_1 - \upsilon_2)$. С другой стороны, автобус прошёл путь KA + AB + CR за то же время, за какое было запланировано пройти весь путь KR. Значит, BC = $\upsilon_1 t_{зад}$. Сравнивая полученные выражения, видим: $t(\upsilon_1 - \upsilon_2) = \upsilon_1 t_{зад}$.

Поездка в Скопин

Школьники побывали в Скопине, знаменитом своим старым народным промыслом - керамикой, и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью 70 км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость. На каждый километр пути автобусы тратили на 14 секунд больше, чем до дождя. Когда дождь кончился, автобусы вновь поехали с прежней скоростью и въехали в Рязань на 15 минут позже, чем было запланировано. Сколько времени шёл дождь?

<u>Ответ</u>: $t = \frac{t_{зад}}{\upsilon_2 \Delta t} \cdot 1км = 70мин$, где Δt = 14 с; υ_2 – скорость под дождём. Она равна $\upsilon_2 = \frac{1км}{\frac{1км}{\upsilon} + \Delta t} = 55км/ч$, где υ – начальная скорость. Отметим, что число километров, пройденных под дождём, равно $t_{зад}/\Delta t$.

Ясная Поляна

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 7 кл.)

Школьники побывали в селе Ясная Поляна, бывшем имении Толстых, и возвращались в Рязань на автобусах. Автобусы ехали со скоростью υ_1 = 70 км/ч. Пошёл дождь, и водители снизили скорость до υ_2 = 60 км/ч. Когда дождь кончился, до Рязани оставалось проехать S = 40 км. Автобусы поехали со скоростью υ_3 = 75 км/ч и въехали в Рязань точно в запланированное время. Сколько времени шёл дождь? Чему равна средняя скорость автобуса? Для упрощения считайте, что автобусы в пути не останавливались.

<u>Ответ</u>: $t = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_1 - \upsilon_2}\left(\frac{S}{\upsilon_1} - \frac{S}{\upsilon_3}\right) = 16мин$. Средняя скорость равна 70 км/ч. Ведь, двигаясь с такой скоростью, автобусы были бы в пути такое же время, какое были на самом деле (по условию задачи).

Средняя скорость

Саша и Паша ехали на маршрутке из Рязани в Спасск. Средняя скорость маршрутки оказалась равной V = 60 км/ч. Весь путь состоял из двух участков, на которых скорость маршрутки была почти постоянной. Саша считает, что половину пути маршрутка ехала со скоростью V_1 = 50 км/ч, а другую половину – со скоростью V_2 = 70 км/ч. Паша считает, что половину времени маршрутка ехала со скоростью V_1 = 50 км/ч, а другую половину – со скоростью V_2 = 70 км/ч. Определите, кто из них оказался прав (известно, что кто-то один прав).

<u>Ответ:</u> Прав оказался Паша. При его раскладе $V = \frac{V_1 + V_2}{2} = 60$ км/ч. А при Сашином раскладе $V = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2} = 58,3$ км/ч.

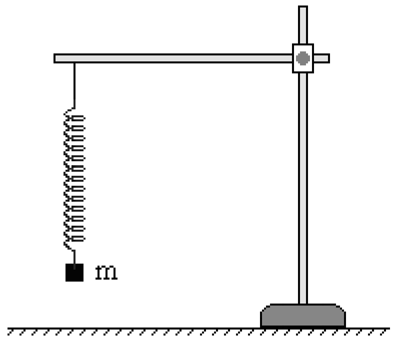
Необычное взвешивание

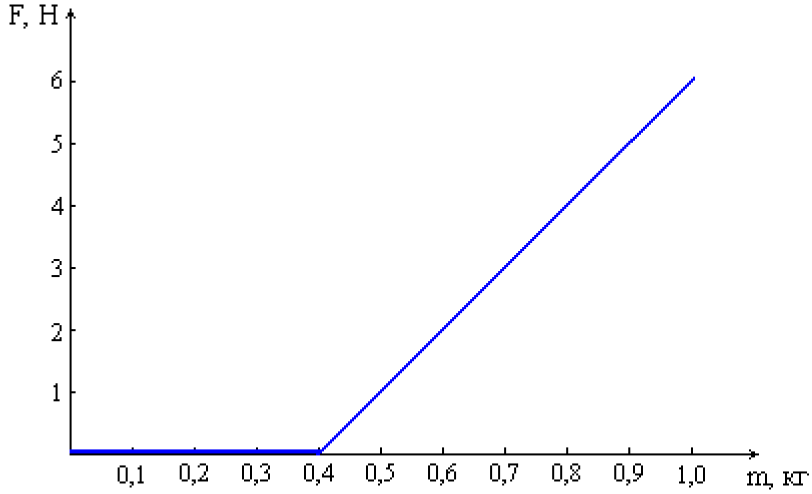
Требуется измерить массу груза с помощью школьного динамометра. Максимальная сила, на которую рассчитан динамометр, равна 5 Н. Про массу груза известно, что она меньше 2 кг. Можно использовать рычаг, масса которого не известна. Предложите наиболее простой способ, как это сделать. Сделайте рисунок и напишите формулу, по которой следует рассчитывать массу груза.

<u>Ответ</u>: самый простой способ показан на рисунке. Масса находится по формуле m = 4F/g, где F – сила, которую показывает динамометр.

Грузики на пружине

На столе стоит штатив, к горизонтальной рейке которого подвешена пружина. Ученик подвешивал к концу пружины грузики разной массы и установил, что минимальная масса грузика, который опускается до стола и не отрывается от него, равна m_0 = 400 г. Ученик продолжал увеличивать массу грузика. Постройте график зависимости силы, с которой грузик давит на стол, от его массы. Размеры всех грузиков одинаковы.



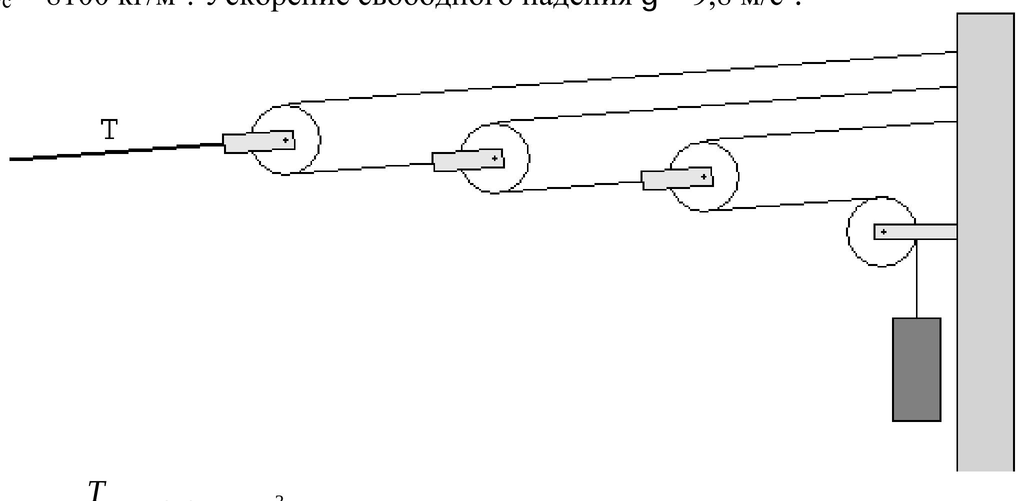


Ответ:

Натяжение проводов

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 7 кл.)

Провода над железной дорогой, питающие током электропоезда, поддерживаются натянутыми с помощью системы, показанной на рисунке. Она состоит из тросов, блоков и стального груза и крепится к столбу. Толстый трос идёт от крайнего блока к держателю проводов. Сила натяжения этого троса равна T = 8 кН. Какой объём стали нужно взять, чтобы сделать такой груз? Плотность стали равна ρ_c = 8100 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2.



Ответ: $V = \dfrac{T}{8\rho g} = 0{,}0126\ \text{м}^3$.

На глубине

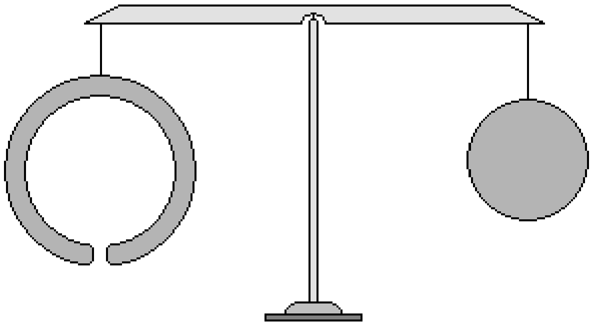
Водолаз делает видеосъёмку подводного мира в море на глубине h = 30 м. Атмосферное давление над поверхностью моря равно $p_{атм}$ = 10^5 Па. Чему равно давление (полное) воды вокруг водолаза? С какой силой вода давит на стекло видеокамеры, если радиус объектива равен r = 1 см? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2.

Ответ: $p = p_{атм} + \rho gh = 4\cdot10^5$ Па; $F = p\pi r^2 = 125{,}6$ Н.

На глубине (2)

(Идея взята из сборника «Физические викторины в средней школе»; Билимович Б.Ф.; 1977 г.)

Система, изображённая на рисунке, находится под водой. Весы находятся в равновесии. На правом плече подвешен цельнолитой металлический шар, а на левом – шар с полостью, которая заполнена воздухом. Снизу у левого шара отверстие. Давление воздуха в полости равно $p = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па. Атмосферное давление $p_{атм} = 10^5$ Па. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Сохранится ли равновесие, если систему расположить на глубине $h = 8$ м? Если нет, то какой из шаров перевесит?

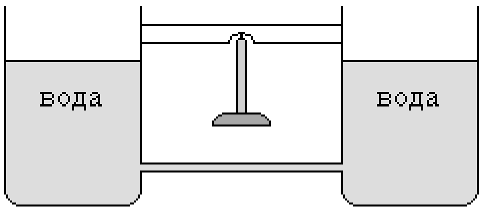


Ответ: Равновесие нарушится и перевесит левый шар. Из соотношения давлений находим, что вначале система находилась на глубине 3 м. После перемещения на глубину 8 м силы тяжести, действующие на шары, останутся прежними. Сила Архимеда, действующая на правый шар, тоже не изменится. Но давление воды увеличится, и воздух в полости сожмётся. Общий объём левого шара и воздуха уменьшится. Уменьшится и левая сила Архимеда. Она станет недостаточной, чтобы удерживать левый шар, и он перевесит.

Равновесие сообщающихся сосудов

(Идея взята из сборника «Физические викторины в средней школе»; Билимович Б.Ф.; 1977 г.)

Система, изображённая на рисунке, состоит из двух сообщающихся сосудов и симметрична относительно вертикальной плоскости. В систему налита вода, и она уравновешена на тонкой опоре. В сосуды опускают гири одинаковой массы: в левый сосуд – свинцовую, а в правый – алюминиевую. Центры масс гирь равноудалены от плоскости симметрии. Сохранится ли равновесие, и если нет, то какой сосуд перевесит? Плотность алюминия $\rho_а = 2700$ кг/м^3, плотность свинца $\rho_с = 11{,}3$ г/см^3.



Теперь из сосудов достали гири и опустили туда деревянные бруски: в левый сосуд – дубовый, а в правый – сосновый. Сохранится ли равновесие, и если нет, то какой сосуд перевесит? Зависит ли ответ от положения центров масс брусков? Плотности сосны и дуба соответственно равны $\rho_с = 0{,}68$ г/см^3 и $\rho_д = 800$ кг/м^3.

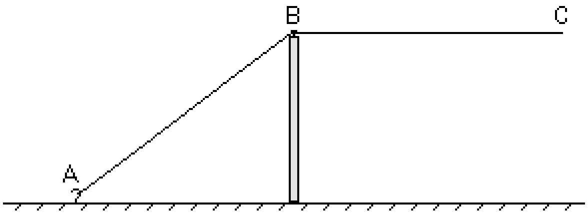
Ответ: В первом случае перевесит левый сосуд. Плотность свинца больше плотности алюминия, поэтому объём свинцовой гири меньше алюминиевой. Уровень воды в сосудах установится одинаковый, но в левом сосуде будет больше воды, потому что свинцовая гиря занимает меньше места, чем алюминиевая.

Во втором случае будет равновесие. Бруски, в отличие от гирь, плавают и не касаются дна. На дно действует только сила давления воды, а это давление у дна везде одинаковое. Ответ не зависит не только от положения центров масс, но и от самих масс брусков.

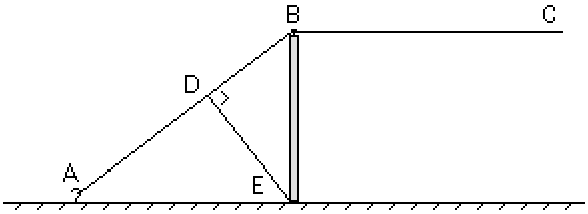
Где оборвётся нить?

(Идея взята из сборника «Физические викторины в средней школе»; Билимович Б.Ф.; 1977 г.)

На горизонтальной доске стоит тонкая деревянная планка, в верхний торец которой вбит маленький гвоздь. В доску ввинтили крюк и натянули нить, так как показано на рисунке. Нить тянут за конец C, постепенно увеличивая силу натяжения. Где она оборвётся: на участке AB или на участке BC?



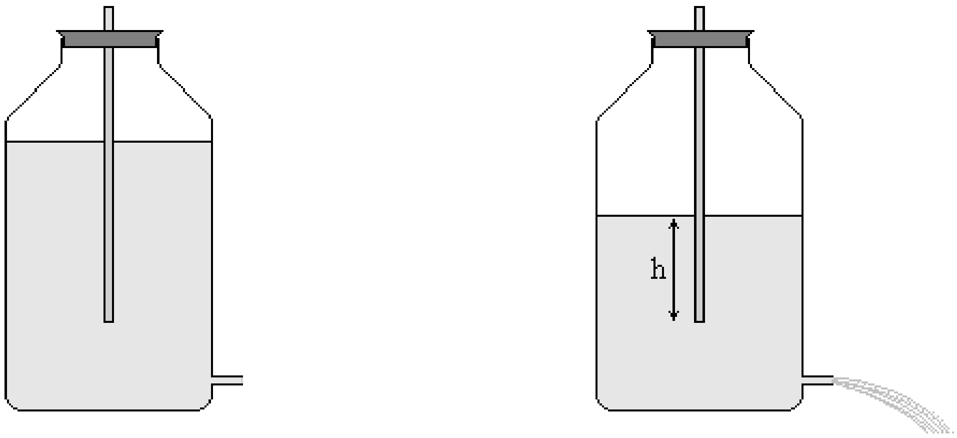
Ответ: на участке AB. Пока нить не порвана, планка находится в равновесии и выполняется правило моментов относительно точки E. В треугольнике BDE гипотенуза больше катета, т.е. плечо силы на участке BC больше плеча силы на участке AB. Значит, сила на участке BC меньше.



Сосуд Мариотта

(Идея взята из сборника «Физические викторины в средней школе»; Билимович Б.Ф.; 1977 г.)

В сосуд, показанный на рисунке, налита вода. В воду опущена трубка, продетая через крышку. Вначале давление воздуха под крышкой равно атмосферному: $p_{атм} = 10^5$ Па (рис. слева). Потом открывают горизонтальную трубку, и вода начинает вытекать. Устанавливается постоянная небольшая скорость вытекания. В некоторый момент уровень воды находится на высоте h = 20 см над концом трубки (рис. справа). Найдите давление воздуха под крышкой в этот момент. Объясните, за счёт чего скорость вытекания воды поддерживается постоянной. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.



Ответ: $p = p_{атм} - \rho g h = 98$ кПа.

Указание. Сразу после открывания трубки воздух над водой начнёт расширяться, а его давление, очевидно, понижаться. Это приведёт к тому, что через вертикальную трубку в сосуд будет пузырьками входить воздух. Т.к. он входит достаточно медленно, давление на нижнем конце трубки постоянно и равно атмосферному.

Плотности

Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной $\rho = 600$ кг/м^3. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в 2 раза больше плотности другой.

1. Найдите плотности обеих частей бруска. Массой краски пренебречь.
2. Решите ту же задачу, если брусок состоит из двух частей, равных по объёму.

Ответ: в первом случае $\rho_1 = 450$ кг/м^3, $\rho_2 = 900$ кг/м^3.
во втором случае $\rho_1 = 400$ кг/м^3, $\rho_2 = 800$ кг/м^3.

Винни Пух (версия для 7-8 классов)

В известном мультфильме про Винни Пуха есть явное несоответствие: Винни Пух надувает воздушный шарик обычным воздухом и взлетает на нём. Для того, чтобы воздушный шарик поднимался (а тем более поднимал Винни Пуха), нужно, чтобы он был наполнен лёгким газом, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха. Можно предположить, что Винни Пух надувает шарик тёплым воздухом, плотность которого, как известно, меньше плотности холодного. Рассчитайте, каким должен быть в этом случае минимальный необходимый для подъёма объём шарика, если плотность тёплого воздуха внутри ρ_1 = 1,13 кг/м^3, плотность холодного воздуха снаружи ρ_2 = 1,29 кг/м^3, а масса Винни Пуха m = 5 кг.

<u>Ответ</u>: $V = \dfrac{m}{\rho_2 - \rho_1}$ = 31,25 м^3.

Водоизмещение корабля

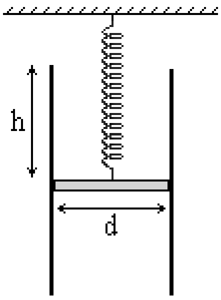
(Идея взята из задач ЗФТШ)

Корабль массой m = 1000 т входит из залива в реку. Плотность речной воды на η = 5% меньше, чем плотность воды в заливе. Груз какой массы нужно снять с корабля при входе в реку, чтобы водоизмещение корабля (объём его части, находящейся под водой) осталось прежним?

<u>Ответ:</u> Δm = 50 т.

Поршень в трубе

В трубе диаметра d = 20 см находится очень лёгкий поршень (его массой можно пренебречь), который может скользить вверх и вниз без трения. Расстояние от поршня до верхнего конца трубы равно h = 20 см. Поршень подвешен на пружине с коэффициентом жёсткости k = 400 Н/м. В трубу медленно наливают воду. Какой объём воды нужно налить, чтобы вода достала до верхнего конца трубы? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Объёмом пружины в трубе пренебречь.



<u>Ответ:</u> $V = \dfrac{hk\pi d^2}{4k - \rho\pi d^2 g} = 0{,}029$ м^3.

Снег

На земле лежит слой снега толщиной h = 70 см. Давление снега на землю (без учёта атмосферного давления) равно P = 630 Па. Погода морозная, и снег состоит из воздуха и льда. Определите, сколько процентов объёма снега занимает лёд, а сколько процентов – воздух. Плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2.

<u>Ответ:</u> лёд занимает 10% объёма, а воздух – 90% объёма.

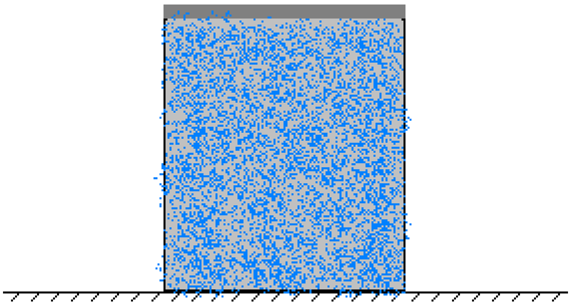
Лунка во льду

Однажды зимой рыболов пробурил лунку во льду на поверхности озера и обнаружил, что вода в лунке находится на глубине h = 18 см, если отсчитывать от поверхности льда на озере. Расстояние от лунки до ближайшей точки берега озера во много раз больше, чем толщина слоя льда и радиус лунки. Вычислите толщину слоя льда, считая её одинаковой на всей поверхности озера. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, а плотность льда равна $\rho_л$ = 900 кг/м^3. Массой снега, рыболова и всех других объектов на поверхности озера пренебречь.

<u>Ответ</u>: $H = h\dfrac{\rho_{\hat{a}}}{\rho_{\hat{a}} - \rho_{ё}}$ = 1,8 м.

«Хитрая» смесь

В цилиндрическом сосуде высотой h = 20 см находится смесь воды и мелких кусочков льда. Сверху сосуд накрыт круглой стальной крышкой, радиус которой равен радиусу сосуда, а её толщина равна d = 2 мм. Такая смесь в сосуде давит на крышку снизу. Если бы толщина крышки была хотя бы на сколько-нибудь меньше d, то смесь подняла бы крышку. Найдите среднюю плотность этой смеси. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, плотность стали $\rho_с$ = 8100 кг/м^3.



Ответ: $\rho = \rho_в - \rho_c \dfrac{d}{h}$ = 919 кг/м^3.

Эйфелева башня

Известно, что масса Эйфелевой башни в Париже равна m ≈ 9000 т, её высота равна h = 318,7 м, а среднее давление, оказываемое на землю основанием башни в безветренную погоду, равно P = 400000 Па. Можно ли по этим данным вычислить:

а.) площадь основания башни?

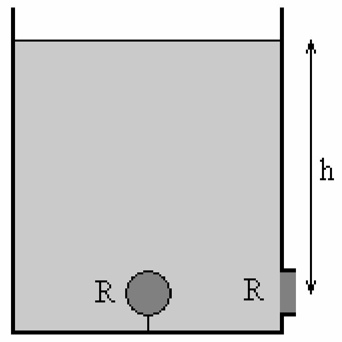
б.) её среднюю плотность?

Если можно, то вычислите.

Ответ: Площадь основания башни вычислить можно: $S = \dfrac{mg}{P}$ = 225 м^2. Среднюю плотность вычислить нельзя. Формулой P = ρgh пользоваться нельзя, поскольку башня не является жидкостью.

Заглушка и шарик

В сосуде с неизвестной жидкостью имеется маленькое круглое отверстие, закрытое заглушкой. Радиус отверстия равен R = 1 см. Сила трения, удерживающая заглушку неподвижной, равна F = 1,5 Н. Ко дну на нити прикреплён шарик, радиус которого тоже равен R = 1 см. С какой силой жидкость действует на шарик, если центры заглушки и шарика находятся на глубине h = 0,5 м? Чему равна сила натяжения нити, которой шарик привязан ко дну, если плотность материала шарика равна $\rho_ш$ = 600 кг/м^3?



Указание: объём шара радиуса R равен $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

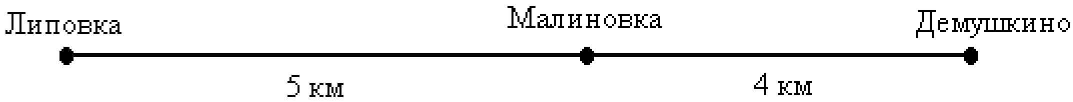
Ответ: На шарик действует сила Архимеда: $F_1 = \dfrac{4R}{3h}F$ = 0,04 Н. Сила натяжения нити равна

$T = \dfrac{4R}{3h}F - \dfrac{4}{3}\pi R^3 \rho_ш g$ = 0,015 Н.

8 класс

«Двойная задача»

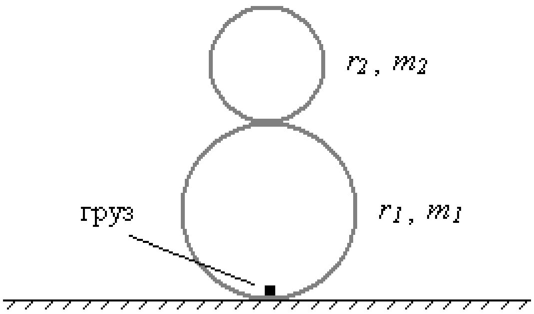
Друзья Вася и Петя, живущие в деревнях Липовка и Демушкино, были в гостях у своего друга Саши, который живёт в деревне Малиновка. Малиновка расположена между деревнями Липовка и Демушкино, на расстоянии 5 км от первой из них и 4 км от второй. Нагостившись у Саши, Вася и Петя одновременно вышли и отправились домой, каждый в свою деревню. Вася шёл в Липовку со скоростью 5 км/ч, а Петя шёл в Демушкино со скоростью 4 км/ч. Спустя 10 минут после выхода своих друзей, Саша вдруг обнаружил, что каждый из них забыл у него дома свои вещи. Саша решил догнать каждого из них по очереди и отдать им вещи. С какой минимальной скоростью должен бежать Саша, чтобы успеть догнать каждого из своих друзей до того, как они вернутся в свои деревни? К кому нужно бежать сначала: к Васе или к Пете?



Ответ: Сначала нужно бежать к Пете. В этом случае минимальная скорость равна 8,905 км/ч.
Если сначала бежать к Васе, то минимальная необходимая скорость равна 9,19 км/ч.

«Неваляшка»

Детская игрушка «неваляшка» состоит из двух пластмассовых шаров радиусами r_1 = 9 см и r_2 = 6 см (см. рис.), полых внутри. Игрушка стоит на горизонтальном столе. В нижней точке нижнего шара закреплён маленький груз массой M = 250 г. «Неваляшка» обладает следующим свойством: если её положить набок, так, чтобы оба шара касались стола, и отпустить, то она «встанет» и, покачавшись, вновь примет вертикальное положение. При каких массах m_1 и m_2 нижнего и верхнего шаров соответственно игрушка обладает этим свойством? Считать, что центры масс шаров совпадают с их геометрическими центрами.



Ответ: масса m_1 может быть любой, а $m_2 < M\dfrac{r_1}{r_1+r_2}$ = 150 г.

Сосулька в калориметре

Ученик принёс в кабинет физики сосульку и опустил её в калориметр, где находился V_1 = 1 л воды при температуре t_1 = 55 °С. Когда сосулька растаяла, в калориметре находилось V_2 = 1,5 л воды при температуре t_2 = 20 °С. Определите начальную температуру сосульки. Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330000 Дж/кг. Теплоёмкостью калориметра пренебречь.

Ответ: $t = \dfrac{V_1 c_в (t_1 - t_2) - (V_2 - V_1) c_в t_2 - (V_2 - V_1)\lambda}{(V_2 - V_1) c_л} \approx$ -22 °С.

Пар со льдом

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 2 тур, 8 кл.)

В калориметре находился лёд массой $m_л$ = 0,5 кг при температуре $t_л$ = –20 °С. Удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг.

В калориметр впустили пар массой $m_п$ = 60 г при температуре $t_п$ = 100 °С. Какая температура установится в калориметре? Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4100 Дж/кг·°С, удельная теплота парообразования r = 2,2·10^6 Дж/кг. Теплоёмкостью калориметра пренебречь.

Ответьте на тот же вопрос, если начальная масса льда равна $m_{л1}$ = 0,35 кг.

Ответ: в первом случае 0°С, во втором случае $t = \dfrac{rm_п + 100c_В m_п - \lambda m_Л - 20c_Л m_Л}{c_В(m_п + m_Л)} = 15$ °С.

Решение такой задачи не следует начинать со схематического графика температуры от времени. Сначала нужно выяснить, что в калориметре в конечном состоянии (лёд, лёд и вода, вода, вода и пар или пар). Сравниваем энергии в первом случае. Теплота от конденсации всего пара больше теплоты, нужной, чтобы весь лёд нагреть до нуля. Значит, лёд начнёт плавиться. Общая теплота конденсации и охлаждения воды до нуля меньше теплоты, нужной, чтобы весь лёд, взятый при начальной температуре, расплавился. Значит, растает только часть льда и конечная температура – ноль.

Во втором случае в конечном состоянии в калориметре вода. Рисуем схематичный график, который помогает составить уравнение. Если задача громоздкая – оставьте какой-то один вопрос.

Конечный объём (вариант 1)

В сосуде находился лёд при температуре $t_л$ = –20 °С. Туда влили воду массой $m_в$ = 0,4 кг, взятую при температуре $t_в$ = 60 °С. Теплоёмкость сосуда равна С = 500 Дж/°С. Он не обменивается теплотой с окружающей средой. Какая температура установилась в сосуде, если конечный объём его содержимого равен V = 1 л? Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг. Плотность воды $\rho_в$ = 1 г/см^3, плотность льда $\rho_л$ = 0,9 г/см^3.

Ответ: 0 °С.

Конечный объём (вариант 2)

В сосуде находился лёд при температуре $t_л$ = –20 °С. Туда влили воду массой $m_в$ = 0,4 кг, взятую при температуре $t_в$ = 60 °С. Теплоёмкость сосуда равна С = 500 Дж/°С. Он не обменивается теплотой с окружающей средой. Какая температура установилась в сосуде, если конечный объём его содержимого равен V = 0,6 л? Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг. Плотность воды $\rho_в$ = 1 г/см^3, плотность льда $\rho_л$ = 0,9 г/см^3.

Ответ: $t = \dfrac{60c_В m_В - 20c_Л m_Л - \lambda m_Л}{C + c_В(m_В + m_Л)} =$ 8,7 °С, где $m_л$ = 0,2 кг.

Тающая льдинка

(из вступительного задания ЗФТШ 2002-2003 уч. года)

Мальчик принёс домой с улицы тонкую льдинку. Она полностью растаяла спустя t = 10 мин после начала таяния. Сколько времени льдинка нагревалась от –1 °С до 0 °С? Удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг.

Ответ: $t_1 = t\dfrac{c_Л \Delta t}{\lambda} = 3{,}8$ с.

Кофе на завтрак королю

Король любит пить кофе, имеющий температуру ровно 50°С. Хитрый слуга наливает в чашку 60 г кофе, имеющего температуру 90°С, ждёт, пока он остынет до некоторой температуры, затем добавляет в чашку 20 г воды, имеющей температуру 20°С, перемешивает содержимое чашки и сразу подаёт королю. Какую температуру имеет кофе в момент добавления в него воды? Удельные теплоёмкости воды и кофе считать одинаковыми.

Ответ: 60°С.

Картошка и окрошка

Школьник Коля налил в тарелку холодную окрошку, имеющую температуру $t_{окр}$ = 10°С. Масса окрошки в тарелке равна m = 300 г, а её удельная теплоёмкость равна удельной теплоёмкости воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°С. Коля добавил в окрошку горячую картошку, которая имела температуру $t_{карт}$ = 80°С. Полная теплоёмкость добавленной картошки равна C = 450 Дж/°С. После установления теплового равновесия температура картошки и окрошки оказалась равной t = 22°С. В какую сторону было передано больше теплоты при теплообмене с окружающей средой: от содержимого тарелки в среду или наоборот, и на сколько больше?

<u>Ответ:</u> больше тепла было передано от содержимого в окружающую среду на величину
$Q = C(t_{\text{êàðò}} - \text{t}) - mc_{\text{â}}(t - t_{\text{îêð}}) = 10980$ Дж.

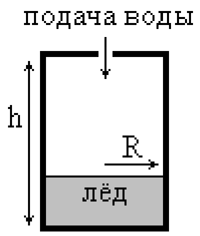
Туда-сюда-обратно

В двух одинаковых бочках находится одинаковое количество воды. Температура воды в первой бочке t_1 = 20 °С, а во второй бочке t_2 = 60 °С. Из первой бочки перелили некоторое количество воды во вторую, и в ней установилась температура t = 50 °С. Затем из второй бочки перелили такое же количество воды в первую (так, что воды в бочках снова стало поровну). Какая температура установится в первой бочке? Какая температура установится в бочках, если это же количество воды очень много раз переливать то в одну, то в другую бочку, каждый раз дожидаясь установления теплового равновесия? Всеми потерями тепла во внешнюю среду и механической работой, совершаемой при переливании воды, пренебречь.

<u>Ответ</u>: После первого переливания $t_x = t_1 + t_2 - t$ = 30 °С, а установившаяся $t_0 = \dfrac{t_1 + t_2}{2}$ = 40 °С.

Цилиндрический калориметр

Цилиндрический калориметр радиуса *R* = 10 см и высотой *h* = 30 см заполнен льдом при температуре t_0 = -10°С на одну треть своего объёма (см. рис). В калориметр через отверстие сверху медленно наливают воду, взятую при температуре *t* = 80°С. Какой максимальный объём воды можно налить в калориметр? Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}}$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}}$ = 2100 Дж/кг·°С, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг. Плотность воды $\rho_{\text{в}}$ = 1000 кг/м^3, плотность льда $\rho_{\text{л}}$ = 900 кг/м^3. Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла пренебречь.



<u>Ответ:</u> $V = \dfrac{\pi R^2 h\rho_{\text{ë}}(2\lambda\rho_{\text{â}} + c_{\text{ë}}t_0(\rho_{\text{â}} - \rho_{\text{ë}}))}{3\rho_{\text{â}}(\lambda\rho_{\text{ë}} - c_{\text{â}}t(\rho_{\text{â}} - \rho_{\text{ë}}))} \approx 7$ л.

Нагретая деталь

В сосуд, где находилось *V* = 4 литра воды при температуре *t* = 20°С, опускают нагретую стальную деталь массой *m* = 2,4 кг. При этом часть воды быстро испаряется, так, что температура оставшейся части воды практически не успевает измениться. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде оказывается равной $t_{\text{р}}$ = 25°С. Найдите начальную температуру стальной детали. Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}}$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоемкость стали $c_{\text{с}}$ = 460 Дж/кг·°С. Удельная теплота парообразования воды *r* = 2,2·10^6 Дж/кг, плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Всеми потерями тепла из сосуда, кроме испарения, пренебречь.

<u>Ответ:</u> $t_0 = 100 + \left(V\rho - m\dfrac{c_{\text{ñò}}(100 - t_{\text{ð}})}{c_{\text{â}}(t_{\text{ð}} - t)}\right)\dfrac{r + c_{\text{â}}(100 - t)}{c_{\text{ñò}}m} \approx 231$°С.

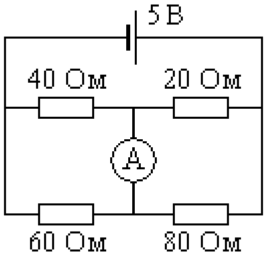
Вазон для цветов

Вазон для цветов, стоящий на улице, имеет плоское дно и вертикальные стенки. Толщина слоя земли в вазоне равна h = 15 см, а температура земли равна t = 11°С. На улице пошёл снег. Снежинки состоят из льда, имеют массу m = 50 мг и температуру t_0 = 0°С. Они падают вертикально с постоянной скоростью υ = 1 м/с. В одном кубометре воздуха находится n = 100 снежинок. Через какое время на земле в вазоне начнёт нарастать слой снега? Считать, что вся земля в вазоне прогревается равномерно и почти не обменивается теплом со стенками вазона и с воздухом. Плотность земли равна ρ = 1500 кг/м^3, а её удельная теплоёмкость равна с = 1000 Дж/кг·°С. Удельная теплота плавления льда равна λ = 330 кДж/кг.

Ответ: $\tau = \dfrac{\rho hct}{\lambda mn\upsilon} = 25 мин.$

Необычное подключение амперметра

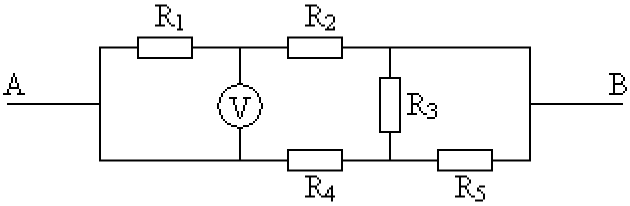
Все параметры схемы указаны на рисунке. Определите, что показывает амперметр, считая его идеальным. Ответ запишите в миллиамперах.



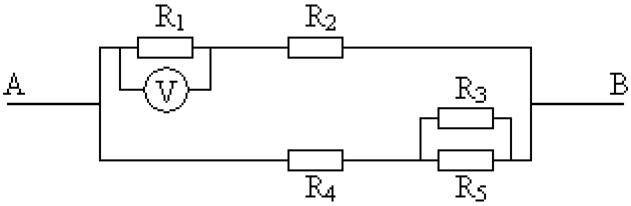
Ответ: I = 25 мА. Амперметр показывает модуль разности токов через нижние (или верхние) резисторы.

Постоянный ток

Через участок AB электрической цепи течёт постоянный ток. Сопротивления всех резисторов известны: R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 40 Ом, R_4 = 30 Ом, R_5 = 50 Ом. Вольтметр, включённый в схему, показывает напряжение U = 1 В. Чему равен ток через участок AB? Вольтметр идеальный.

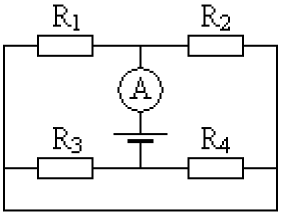


Ответ: I = 156 мА. Нужно перерисовать схему:



Резисторы вокруг

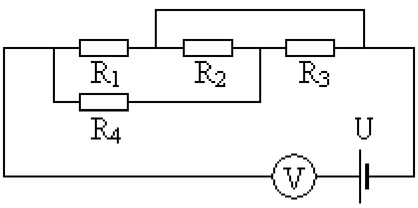
В схеме на рисунке амперметр идеальный, напряжение источника равно U = 4,5 В. Известно, что R_1 = 40 Ом, R_2 = 60 Ом, R_3 = 80 Ом, R_4 = 20 Ом. Что показывает амперметр? Что покажет идеальный вольтметр, если его подключить на место амперметра?



Ответ: I = 0,1 А. Вольтметр покажет напряжение источника U = 4,5 В.

Резисторный узел

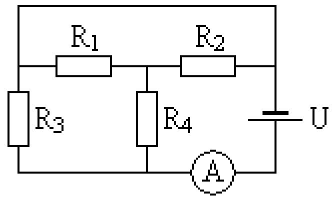
В схеме на рисунке U = 9 В, R_1 = 120 Ом, R_2 = 60 Ом, R_3 = 20 Ом, R_4 = 25 Ом. Вольтметр идеальный. Что он показывает? Что покажет идеальный амперметр, если его поставить на место вольтметра?



Ответ: Вольтметр показывает напряжение источника U = 9 В; Амперметр покажет ток I = 0,3 А.

Резисторный узел (схема аналогична предыдущей)

В схеме на рисунке U = 9 В, R_1 = 60 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 120 Ом, R_4 = 25 Ом. Амперметр идеальный. Что он показывает? Что покажет идеальный вольтметр, если его поставить на место амперметра?



Ответ: I = 0,3 А; U = 9 В.

Обледеневшая проволока

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 1 тур, 9 кл.)

Алюминиевая проволока, не слишком гнутая, диаметра d = 2,5 мм покрыта льдом. Общий диаметр проволоки со льдом равен D = 3,5 мм. Температура льда и проволоки t = 0°C. По проволоке пустили ток силой I = 15 А. За какое время лёд растает? Плотность льда $\rho_л$ = 0,9 г/см^3, а его удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг. Удельное сопротивление алюминия ρ = 2,8·10^{-8} Ом·м.

Ответ: $\tau = \dfrac{\lambda \rho_л \pi^2 d^2 (D^2 - d^2)}{16 I^2 \rho} \approx 18$ мин.

Электрический самовар

У электрического самовара два нагревательных элемента. Если включить первый из них, то самовар закипит за время t_1 = 20 мин, а если второй – то за время t_2 = 10 мин. За какое время закипит самовар, если нагревательные элементы включить одновременно, соединив их

а.) последовательно?

б.) параллельно?

Ответ: При последовательном соединении $t = t_1 + t_2$ = 30 мин; при параллельном $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \approx 6$ мин 40 с.

Игрушечный поезд

Мотор игрушечного поезда питается от источника постоянного напряжения U = 4,5 В. Ток через мотор равен I = 3,66 А. В моторе имеется несколько обмоток из медной проволоки (электромагнитов). В любой момент времени ток идёт по какой-то одной обмотке. Диаметр проволоки обмотки равен d = 0,3 мм, а её длина равна L = 70 м. Найдите КПД мотора. Удельное сопротивление меди ρ = 1,7·10^{-8} Ом·м. Не удивляйтесь, что для мотора не выполняется закон Ома: это неоднородный участок цепи.

Ответ: $\eta = \dfrac{U - \dfrac{4I\rho L}{\pi d^2}}{U} = 0{,}86$, или 86%. Обратите внимание, что закон Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$ выполняется для любого участка цепи, а формулы Q = UIt и $Q = U^2t/R$ только для однородного. Из определения напряжения следует, что для любого участка цепи A = UIt. Но закон Джоуля-Ленца не выводится из этой формулы простым применением закона Ома (заменой U на IR). В общем случае работа сил сопротивления, действующих на носители заряда, равна по модулю выделяющейся теплоте (в стационарном состоянии). С другой стороны, модуль этой работы равен $|A_{сопр}| = |IRq|$. Это следует из того, что силы сопротивления не зависят от сторонних сил на участке цепи. Если сторонние силы убрать, а ток оставить прежним, силы сопротивления не изменятся, но $U = |A_{сопр}/q| = IR$.

Игрушечный катер

Мотор игрушечного катера питается от источника постоянного напряжения. В моторе имеется несколько обмоток из медной проволоки (электромагнитов). В любой момент времени ток идёт по какой-то одной обмотке. Мощность мотора мала, и винт катера легко застопорить пальцами (только ненадолго, иначе обмотка может сгореть). Если это сделать, то ток через мотор увеличится в n = 7 раз. Чему равен КПД мотора?

Ответ: $\eta = 1 - \frac{1}{n} \approx 0{,}86,$ или 86%.

Обогреватель и батарея

Одна комната отапливается батареей. К батарее подходят две трубы диаметра d = 2,6 см. По одной трубе вода приходит, по другой – уходит. Вода течёт по трубам со скоростью υ = 0,5 м/с и, проходя батарею, остывает на Δt = 0,5 °С. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, а её удельная теплоёмкость с = 4200 Дж/кг·°С.

В другой точно такой же комнате батарея не работает, но работает электрообогреватель. Он питается от сети напряжением U = 220 В. Спираль обогревателя сделана из нихромовой проволоки (удельное сопротивление нихрома $\rho = 1{,}1\cdot10^{-6}$ Ом·м). Площадь поперечного сечения проволоки равна S = 0,4 мм^2. Найдите длину этой проволоки, если температура воздуха в комнатах одинакова.

Ответ: $L = \frac{4U^2 S}{\rho\rho_{\text{в}} c\pi d^2 \upsilon\Delta t} = 31{,}6$ м.

Ёлочная гирлянда

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 9 кл.)

Ёлочная гирлянда питается от сети напряжением U = 220 В. По показаниям электросчётчика, за 3 часа работы гирлянда потребляет Q_1 = 0,56 кВт·ч электроэнергии. Вдруг в середине новогодней ночи одна из лампочек гирлянды перегорела. Тогда один из празднующих вывернул перегоревшую лампочку из патрона, отсоединил от патрона провода, соединил их друг с другом и затем снова включил гирлянду. За следующие 3 часа работы гирлянда потребила Q_2 = 0,576 кВт·ч электроэнергии. Сколько лампочек было в гирлянде изначально? Лампочки одинаковые.

Ответ: $n = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1} = 36$

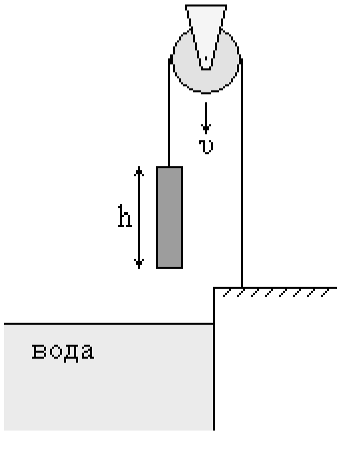
Два резистора

У экспериментатора Глюка есть два резистора и источник постоянного напряжения U = 9 В. Если резисторы соединить последовательно и подключить к источнику, то через них потечёт ток I = 22,5 мА. Если резисторы соединить параллельно и подключить к тому же источнику, то общая тепловая мощность, выделяющаяся на этих резисторах, будет равна P = 1,08 Вт. Найдите сопротивления резисторов.

Ответ: 100 Ом и 300 Ом.

Опускающийся блок

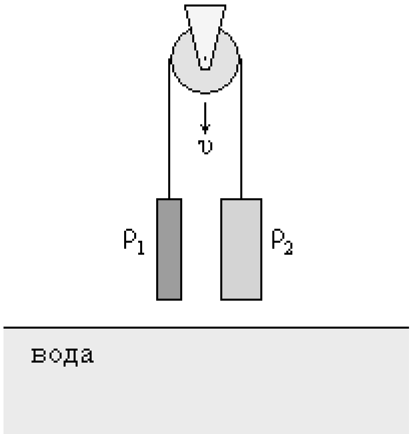
Трос перекинут через блок. Один его конец прикреплён к берегу, а на другом конце висит дубовое бревно длиной h = 2 м. Блок опускается с небольшой скоростью υ = 8 см/с. Нижний конец бревна коснулся воды. Через какое время после этого сила натяжения троса станет равной нулю? Плотность воды $\rho_в$ = 1 г/см^3, плотность дуба $\rho_д$ = 0,8 г/см^3.



Ответ: $t = \dfrac{\rho_д h}{2\rho_в \upsilon} = 10$ с. Скорость бревна вдвое больше скорости блока. Чтобы установить это, рассмотрите два последовательных положения блока и учтите, что длина троса постоянна. Или рассмотрите движение тел относительно блока.

Опускающийся блок (более трудная)

На концах троса, перекинутого через блок, висят два бревна: дубовое и сосновое. Длина брёвен одинакова, но диаметры разные. Блок опускается с небольшой скоростью υ = 7,4 см/с. С какой скоростью будет двигаться каждое бревно после того, как достигнет воды? Плотность дуба ρ_1 = 800 кг/м^3, плотность сосны ρ_2 = 680 кг/м^3.



Ответ: $\upsilon_1 = \dfrac{2\upsilon\rho_1}{\rho_1+\rho_2} = 8$ см/с; $\upsilon_2 = \dfrac{2\upsilon\rho_2}{\rho_1+\rho_2} = 6{,}8$ см/с. Скорости брёвен относительно блока равны. Самое трудное – написать выражения для них. Все части системы движутся вниз. Относительная скорость равна разности каких-то скоростей. Учтите, что левое бревно движется быстрее блока, а правое – медленнее.

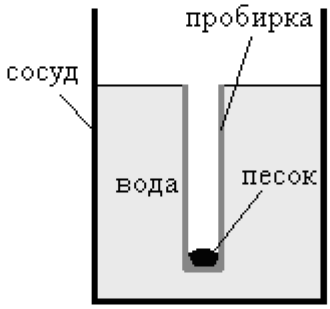
Тонущий в эфире

В стакане находится m = 60 г воды, а в воде плавает кусочек парафина. В стакан наливают эфир и перемешивают его с водой, в результате чего образуется однородная жидкость. Какую массу эфира нужно налить, чтобы кусочек парафина утонул? Плотности воды, парафина и эфира соответственно равны $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, $\rho_п$ = 900 кг/м^3, $\rho_э$ = 790 кг/м^3. Вода и эфир не вступают в химические реакции.

Ответ: $m_э = m_в \dfrac{\rho_э(\rho_в - \rho_п)}{\rho_в(\rho_п - \rho_э)} = 43$ г.

Пробирка

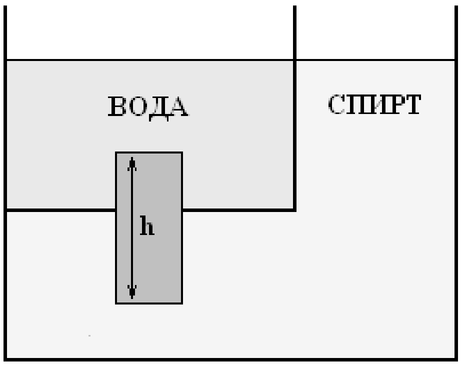
У экспериментатора Глюка есть стеклянная пробирка массой M = 80 г и вместительностью V = 60 мл. Глюк опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду полностью (см. рис). Глюк измерил массу песка, находящегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной m = 12 г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен R = 5 см. Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м^3. Определите по этим данным плотность стекла пробирки и вычислите, на сколько поднялся уровень воды в сосуде в результате погружения пробирки в воду. Эффекты поверхностного натяжения воды не учитывать.



Ответ: $\rho_c = 2500$ кг/м^3, $a = \dfrac{M+m}{\rho_B \pi R^2} =$ 1,17 см.

В двух жидкостях

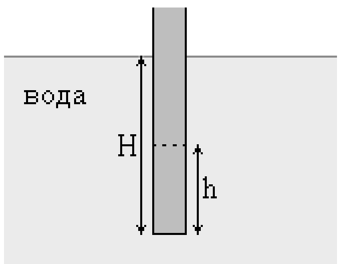
Малый сосуд расположен внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие, в которое вставлен сосновый цилиндр. Высота цилиндра равна h = 21 см. В малом сосуде находится вода, а в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, плотность спирта равна $\rho_2 = 790$ кг/м^3, а плотность сосны равна $\rho = 600$ кг/м^3. Трением между цилиндром и малым сосудом пренебречь.



Ответ: $h = d\dfrac{\rho_2 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} = 19$ см.

Конец бревна в воде

Сосновое бревно имеет диаметр d = 20 см. Его конец длиной H = 2 м вертикально опустили в воду. Разделим бревно условно на две части: верхнюю и нижнюю длиной h = 1 м. С какой силой верхняя часть действует на нижнюю? Плотность воды $\rho_B = 1$ г/см^3, плотность сосны $\rho_C = 0{,}68$ г/см^3. Атмосферное давление не учитывать.



Ответ: $F = (\rho_B H - \rho_C h)\dfrac{g\pi d^2}{4} = 414{,}5\,\text{Н}.$ Неверным будет утверждение, что на нижнюю часть действует сила Архимеда. Сила Архимеда обусловлена разностью давлений воды на разной высоте, но на верхний конец нижней части вода не действует. На нижний конец действует сила давления.

Велосипедное колесо

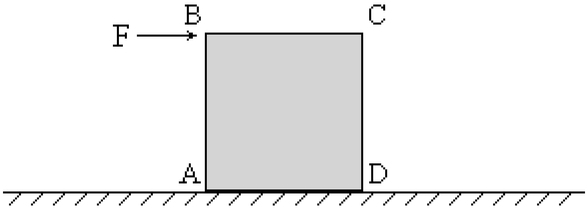
У Антона есть велосипед, радиус каждого колеса которого равен R = 32 см. К одной из спиц колеса Антон привязал бантик на расстоянии r = 20 см от его оси. Антон едет на велосипеде со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч. В некоторый момент времени спица с бантиком расположилась вертикально ниже оси колеса. С какой скоростью относительно земли двигался бантик в этот момент?

Ответ: $\upsilon_1 = \dfrac{R-r}{R}\upsilon = 13{,}5$ км/ч.

Опрокидывание кубика

(Задача, возможно, старая. Приводится, чтобы дополнить комплект.)

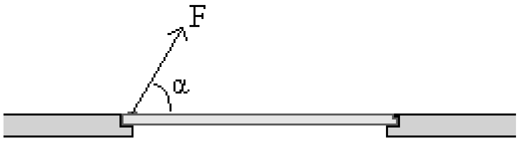
На столе стоит сосновый кубик ABCD, длина ребра которого равна d = 10 см. С какой минимальной горизонтальной силой нужно толкать кубик в центре ребра B, чтобы он начал опрокидываться относительно ребра D? Кубик не скользит по столу. Плотность сосны $\rho_с = 0{,}68$ г/см^3.



Ответ: $F = 0{,}5\rho d^3 g = 3{,}4$ Н.

Минимальная сила

Дубовая крышка люка в подпол в деревенском доме имеет длину L = 1 м, ширину h = 0,8 м и толщину d = 3 см. Крышку тянут за кольцо силой, составляющей угол $\alpha = 60°$ с горизонтом. При каком минимальном значении силы крышка может открыться? Плотность дуба $\rho_д = 0{,}8$ г/см^3.



Ответ: $F = \dfrac{\rho L h d g}{\sqrt{3}} = 110{,}9$ Н.

9 класс

Торможение на льду

(Рязань, школа №63, 2006-2007, 9 кл.)

На дороге был гололёд. Водитель маршрутки, подъезжая к остановке, снизил скорость, однако всё равно вынужден был затормозить достаточно резко. При этом он заблокировал все четыре колеса. Коэффициент трения между шинами и льдом равен $\mu = 0,5$. Участок дороги считать горизонтальным.

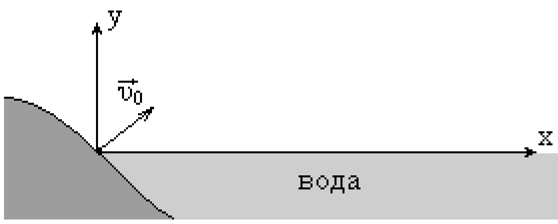
1. Найдите ускорение маршрутки при торможении.
2. Найдите тормозной путь, если известно, что время торможения равно t = 2 с.

Ответ: $a = \mu g = 5 м/с^2$, $S = \dfrac{\mu g t^2}{2} = 10 м.$

Изображение в воде

(Рязань, школа №63, 2006-2007, 9 кл.)

Лягушка, сидевшая на берегу болота почти у самой воды, прыгнула в воду. Известно, что максимальная высота подъёма лягушки над поверхностью воды равна h_{max} = 20 см, а её скорость в верхней точке траектории равна υ = 4 м/с. Найдите зависимость расстояния между лягушкой и её изображением в воде от горизонтальной координаты лягушки x.



Ответ: $d = 4gh_{max}\dfrac{x}{\upsilon} - \dfrac{gx^2}{\upsilon^2} = 2x - \dfrac{5}{8}x^2$. Коэффициент перед x^2 имеет размерность обратной длины. При решении не вводите угол, под которым прыгнула лягушка, а работайте с проекциями.

Кинематика дождевых капель

Две дождевые капли упали с крыши дома с интервалом времени τ = 1 с. Когда первая капля достигла земли, вторая находилась на высоте h = 10 м над землёй.

1. Определите высоту дома.
2. Докажите, что скорость движения капель относительно друг друга во время падения постоянна, и найдите эту скорость. Ускорение свободного падения считать равным g = 10 м/с^2, сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $H = \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{h}{g\tau} + \dfrac{\tau}{2}\right)^2 = 11,25 м$, $\upsilon = g\tau = 10 м/с$.

Короткая дистанция

При беге на короткие дистанции важную роль играет то, как быстро бегун наберёт максимальную скорость. Будем приближённо считать, что при разгоне бегун движется с постоянным ускорением.

Ученик пробежал s = 30 м за t = 4,1 с, финишировав со скоростью v = 8,1 м/с. Найдите его стартовое ускорение.

Ответ: $a = \dfrac{\upsilon^2}{2(\upsilon t - s)} \approx 10,2$ м/с^2.

«Догонялки»

Автомобиль, едущий по шоссе с постоянной скоростью V = 54 км/ч, проезжает мимо второго автомобиля. В этот момент второй автомобиль трогается с места и начинает догонять первый, двигаясь с постоянным ускорением a = 5 м/с^2. На каком расстоянии от точки старта второй автомобиль догонит первый? Какую скорость он будет иметь в этот момент? Автомобили считать точками.

Губка, впитавшая воду

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 9 кл.)

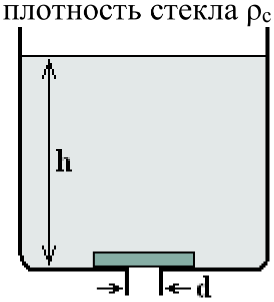
В цилиндрическую кастрюлю радиуса r = 8 см налили воду до уровня h = 15 см. Потом туда положили губку (кусок поролона) массой m = 60 г. Губка впитала в себя часть воды, но продолжала плавать на поверхности. Найдите установившееся давление столба воды на дно кастрюли, полное давление на дно и установившийся уровень воды в кастрюле. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

Ответ: $p_{гидр} = \rho g(h + m/\rho\pi r^2) = 1530$ Па; $p_{полн} = p_{гидр} + p_0$; $h_1 = h + m/\rho\pi r^2 = 15{,}3$ см.

«Ванна Архимеда»

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 9 кл.)

В ванну налили воду до уровня h = 40 см и положили на сливное отверстие стеклянный брусок, масса которого равна m = 640 г. Диаметр сливного отверстия d = 4 см. Вода подтекает под брусок, но очень медленно. Уровень воды не изменится долго. С какой силой брусок давит на дно ванны? Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность стекла $\rho_с$ = 2500 кг/м^3.

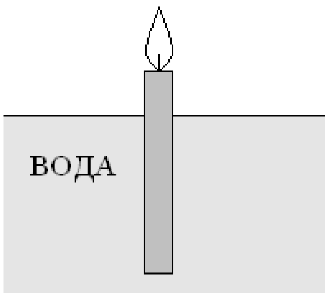


Ответ: $N = mg + \rho_в g\left(\frac{\pi d^2 h}{4} - \frac{m}{\rho_c}\right) = 8{,}7$ Н

Указание. На часть бруска, находящуюся над отверстием, действует не сила Архимеда, а вес находящегося над ним столба воды. Ведь снизу от бруска воды нет, а сила Архимеда обусловлена разностью давлений воды на разной высоте. На остальную часть бруска действует сила Архимеда. При решении полезно ввести высоту бруска x.

Свечка в воде

Парафиновая свечка горит так, что её длина уменьшается со скоростью u = 5·10^{-5} м/с, а парафин полностью испаряется (не стекает вниз). Свечку опустили в широкий сосуд с водой и слегка поддерживают в вертикальном положении, так, что она всплывает по мере сгорания. С какой скоростью свечка движется относительно земли? Плотность воды равна $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, а плотность парафина равна $\rho_п$ = 0,9 г/см^3.



Ответ: $\upsilon = \frac{\rho_п}{\rho_в} u = 4{,}5 \cdot 10^{-5}\, м/с$.

Средняя плотность

Утром, перед тем, как пойти в школу, Маша налила себе чай. Плотность чая равна плотности воды: $\rho_в$ = 1000 кг/м^3. Потом Маша насыпала в чай сахар. Плотность сахара равна $\rho_с$ = 1,6 г/см^3. Потом Маша размешала сахар в чаю. После этого объём чая стал в n = 1,04 раза больше, чем до добавления сахара, а плотность чая стала равна $\rho_ч$ = 1060 кг/м^3. Какой была средняя плотность чая, когда Маша положила в него сахар, но ещё не размешала?

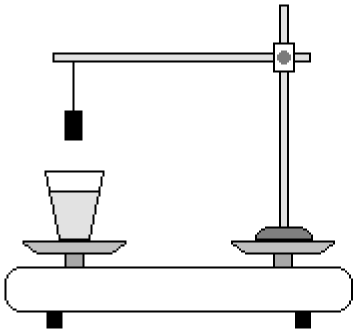
Ответ: $\rho_{ср} = \dfrac{n\rho_ч \rho_с}{\rho_с + n\rho_ч - \rho_в} = 1036$ кг/м^3.

«Шаткое равновесие»

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 9 кл.)

(Идея взята из сборника «Физические викторины в средней школе»; Билимович Б.Ф.; 1977 г.)

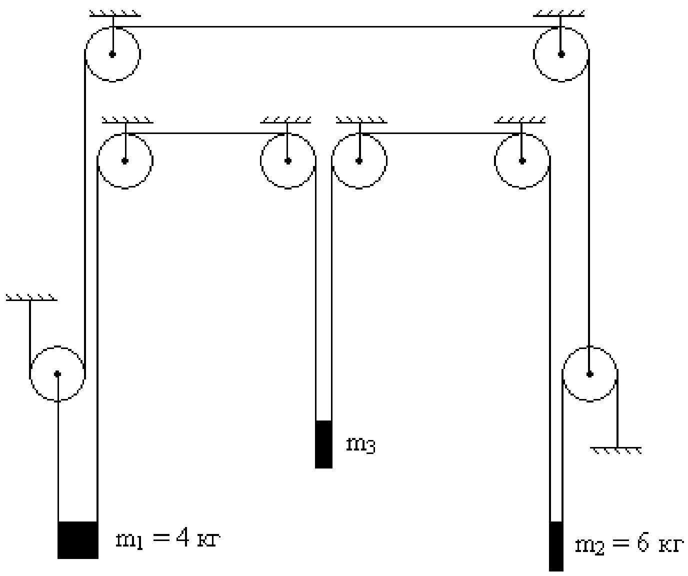
На одной чаше весов стоит сосуд с водой, а на другой – штатив, на перекладине которого подвешен груз. Весы находятся в равновесии. Сохранится ли равновесие, если нитку, на которой висит груз, удлинить так, чтобы он полностью погрузился в воду? Если нет, то на какую чашу весов нужно положить дополнительный груз, чтобы равновесие восстановилось? Чему должна быть равна его масса?



Ответ: не сохранится. Чтобы равновесие сохранилось, нужно на правую чашу положить груз массой $m = 2V\rho$, где V – объём груза, ρ – плотность воды. Сила давления на правую чашу уменьшится на силу Архимеда, действующую на груз. По третьему закону Ньютона, на воду со стороны груза действует сила, равная по модулю силе Архимеда. Чтобы компенсировать две эти силы, вес груза должен быть вдвое больше силы Архимеда.

Система с блоками

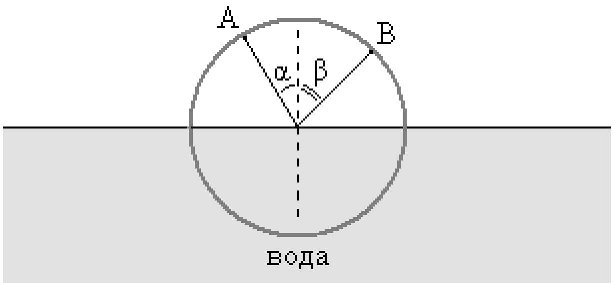
На рисунке изображена система, состоящая из блоков, грузов и верёвок. Массы двух грузов известны: m_1 = 4 кг, m_2 = 6 кг. Найдите все значения массы m_3 третьего груза, при которых эта система будет находиться в равновесии. Блоки и верёвки считать невесомыми, трением в блоках пренебречь.



Ответ: 5 кг <= m_3 <= 10 кг.

Кольцо на гвоздях

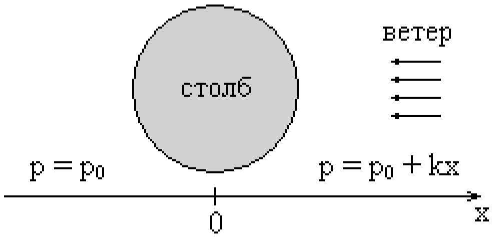
Однородное кольцо массой m = 400 г подвешено на двух гвоздях A и B к вертикальной стене. Нижняя половина кольца при этом находится в воде. Направления от центра кольца на гвозди образуют углы $\alpha = 30°$ и $\beta = 45°$ с вертикалью. Найдите, с какой силой кольцо действует на каждый из гвоздей. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность кольца $\rho_к = 6000$ кг/м^3.



Ответ: $F_A = mg\dfrac{2\rho_к - \rho_в}{2\rho_к(\cos\alpha + \sin\alpha ctg\beta)} = 2{,}68$ Н, $F_B = mg\dfrac{2\rho_к - \rho_в}{2\rho_к(\cos\beta + \sin\beta ctg\alpha)} = 1{,}92$ Н.

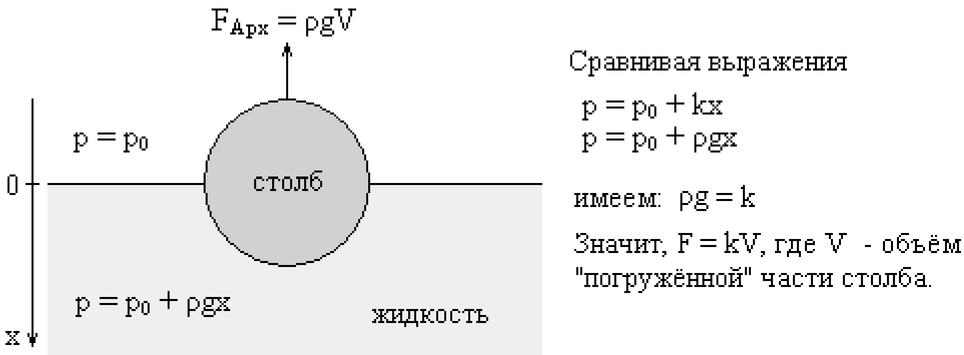
Столб на ветру

Фонарный столб высоты h = 9 м и радиуса R = 10 см обдувается ветром. В некоторый момент давление воздуха на столб зависело от координаты x так, как показано на рисунке: $p = p_0 = 10^5$ Па при $x < 0$, и $p = p_0 + kx$ при $x > 0$, где k = 300 Па/м. С какой силой ветер действовал на столб в этот момент?



Ответ: $F = \dfrac{k\pi R^2 h}{2} = 42$ Н.

Указание: нужно провести аналогию с телом, погружённым в жидкость.



Цилиндр из пенопласта

В первом опыте на дно бака поместили цилиндр из пенопласта и соединили его тонким стержнем с пружиной жёсткостью k = 75 Н/м (рис. слева). Стержень проходит через узкое отверстие в дне бака. Трения между ним и баком нет. Высота цилиндра h = 20 см, а его диаметр d = 6 см.

В бак налили воду до уровня H = 30 см (вода не показана на рисунке). На какой высоте над дном бака окажется верхний конец цилиндра? Цилиндр можно считать невесомым. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

Во втором опыте взяли бак с отверстием диаметра d и поместили в отверстие более высокий цилиндр (рис. справа). Снова налили воду до уровня H = 30 см. На какой высоте окажется верхний конец цилиндра в этом случае?

Ответ: В первом опыте $h_1 = h + \frac{\pi \rho d^2 g h}{4k} = 27{,}5$ см.

Во втором опыте $h_2 = h - \frac{\pi \rho d^2 g (H - h)}{4k - \pi \rho d^2 g} = 14$ см.

Указание. Во втором опыте на цилиндр действует не сила Архимеда, а вес находящегося над ним столба воды. Ведь снизу от цилиндра воды нет, а сила Архимеда обусловлена разностью давлений воды на разной высоте.

Новогодняя ракета

(Рязань, школа №63, 9 кл.)

Дети запустили новогоднюю ракету и услышали её взрыв через t = 1,13 с. Ракета летела вертикально и взорвалась немного раньше времени, когда из неё ещё вырывалась струя газов. На какой высоте над землёй взорвалась ракета? Считать, что при подъёме ракета движется с постоянным ускорением $a = 12$ м/с^2. Учесть конечность скорости звука: она равна $\upsilon = 320$ м/с.

Ответ: $h = \left(\upsilon \left(\sqrt{\frac{1}{2a} + \frac{t}{\upsilon}} - \sqrt{\frac{1}{2a}} \right) \right)^2 = 63$ м

В лифте

Безмен (пружинные весы с крючком) имеет массу m = 300 г. Почти вся масса сосредоточена в корпусе. Безмен подвесили за крючок к потолку лифта. Какую массу он покажет, если лифт будет двигаться с ускорением $a = 1$ м/с^2? Безмен не колеблется в лифте. Рассмотрите два случая: лифт движется вверх и вниз.

Ответ: при движении вверх $m_{\text{пок}} = m\frac{g+a}{g} = 330$ г; вниз - $m_{\text{пок}} = m\frac{g-a}{g} = 270$ г.

Переохлаждённый галлий

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 1 тур, 8 кл.)

Металл галлий плавится при температуре $t_{\text{пл}} = 29{,}8$ °С, а его удельная теплота плавления равна $\lambda = 80200$ Дж/кг. Галлий обладает свойством переохлаждения: если его расплавить, а потом плавно охлаждать, он остаётся жидким при температурах ниже температуры плавления. Но если при этом галлий помешать палочкой, он будет отвердевать.

В калориметре находится жидкий галлий при температуре t = 20,8°С. Удельная теплоёмкость жидкого галлия c = 410 Дж/кг·°С. Какая часть галлия отвердеет, если его помешать? Теплоёмкостью калориметра и палочки пренебречь.

Ответ: $\frac{m_{\text{отв}}}{\text{m}} = \frac{c(t_{\text{пл}} - t)}{\lambda} = 0{,}046$

Указание. В конечном состоянии в калориметре смесь жидкого и твёрдого галлия при температуре плавления. При отвердевании при температуре плавления масса $m_{\text{отв}}$ отдала бы жидкому галлию энергию $\lambda m_{\text{отв}}$. Чтобы нагреться до температуры плавления, вся масса должна получить энергию $mc(t_{\text{пл}} - t)$. Т.к общая внутренняя энергия галлия в калориметре не меняется, $\lambda m_{\text{отв}} = mc(t_{\text{пл}} - t)$.

Сложный теплообмен

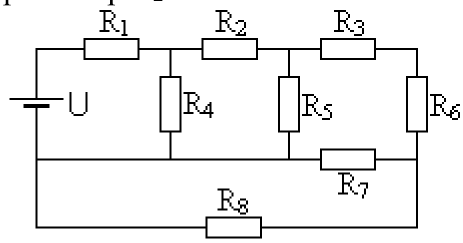
Калориметр разделён теплонепроницаемыми перегородками на n отсеков. В каждом отсеке лежит кусок металла. Массы кусков равны $\mathbf{m_1, m_2, \dots, m_n}$, температуры кусков равны $\mathbf{t_1, t_2, \dots, t_n}$, а удельные теплоёмкости металлов равны соответственно $\mathbf{c_1, c_2, \dots, c_n}$. Перегородки убрали и привели металлы в тепловой контакт. Какая температура установится в калориметре? Такой теплообмен называется сложным, потому что в нём участвует много тел.

Ответ: $t = \dfrac{m_1c_1t_1 + \ldots + m_nc_nt_n}{m_1c_1 + \ldots + m_nc_n}$

Указание. Общая внутренняя энергия металлов в конечном состоянии такая же, как в начальном. Можно принять за нулевой уровень внутренней энергии каждого металла энергию при температуре t_0, меньшей всех начальных температур. Когда запишем закон сохранения энергии, величина t_0 самоуничтожится. А можно разбить металлы на две группы: отдавшие тепло и получившие. Ответ не зависит от того, какой металл в какой группе находится.

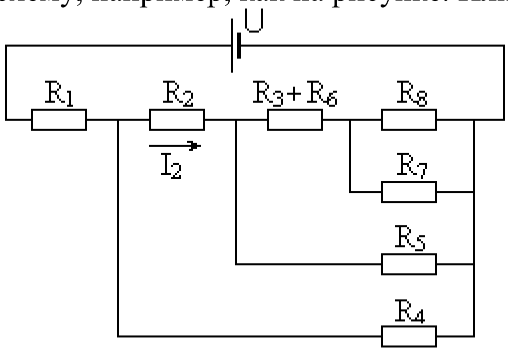
Запутанная схема (вариант 1)

В схеме на рисунке сопротивления всех резисторов равны R = 63 Ом, а напряжение источника равно U = 9 В. Найдите ток через резистор R_2.



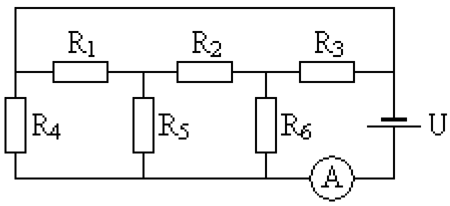
Ответ: $I_2 = \dfrac{7U}{31R} = 0{,}03$ A

Указание. Перерисовать схему, например, как на рисунке. Или перерисовывать по частям.

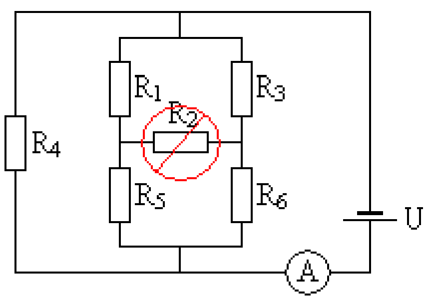


Запутанная схема (вариант 2)

В схеме на рисунке сопротивления всех резисторов равны R = 180 Ом, а напряжение источника равно U = 9 В. Амперметр идеальный. Что он показывает?



Ответ: $I = \dfrac{2U}{R} = 0{,}1$ A. Нужно перерисовать схему, например, так:

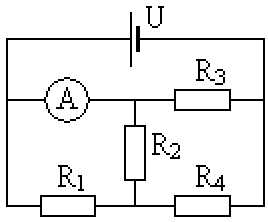


В силу симметрии заключаем, что через резистор R_2 ток не идёт (оба направления для тока равноправны) и его можно выбросить из схемы.

Неизвестное сопротивление

(Моск. городская олимпиада, 2006-2007, 1 тур, 9 кл.)

В схеме на рисунке напряжение источника равно $U = 9$ В; $R_1 = R_3 = 60$ Ом, $R_2 = 100$ Ом. Амперметр, который можно считать идеальным, показывает ток $I = 185$ мА. Найдите сопротивление R_4.

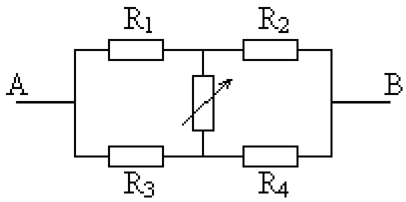


Ответ: $R_4 = 59$ Ом.

Независимое сопротивление

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 1 тур, 9 кл.)

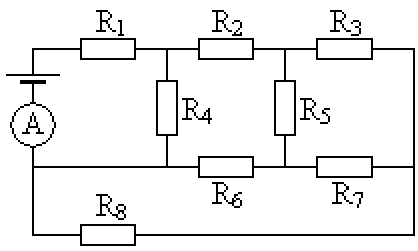
Через участок AB электрической цепи течёт постоянный ток $I = 0{,}3$ А. Участок состоит из четырёх постоянных резисторов R_1, R_2, R_3, R_4 и одного переменного. Три сопротивления известны: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_4 = 60$ Ом. Оказалось, что сопротивление участка AB не зависит от сопротивления переменного резистора. Найдите напряжение между точками A и B.



Ответ: $U = 10$ В. Учтите, что через переменный резистор ток не идёт. Или рассмотрите два крайних случая: его сопротивление равно нулю и его сопротивление бесконечно.

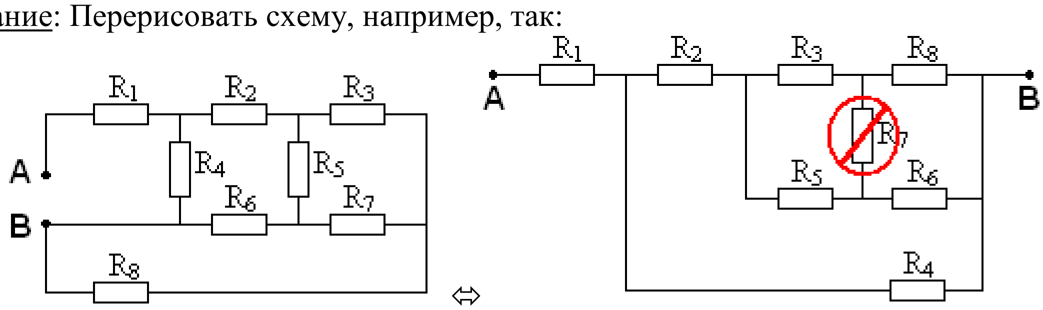
Резисторная головоломка (вариант 1)

Сопротивления всех резисторов в схеме на рисунке одинаковы и равны $R = 300$ Ом. Амперметр идеальный, и он показывает ток $I = 10$ мА. Найдите напряжение источника тока.



Ответ: $U = \frac{5}{3}IR = 5\,\text{В}$.

Указание: Перерисовать схему, например, так:

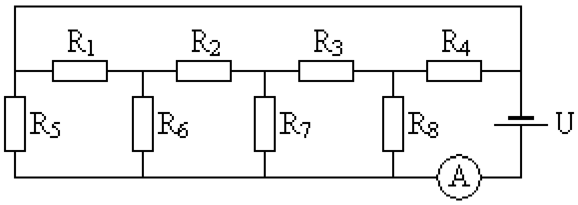


Из соображений симметрии, через резистор R_7 ток не идёт и его можно выбросить из схемы.

Резисторная головоломка (вариант 2)

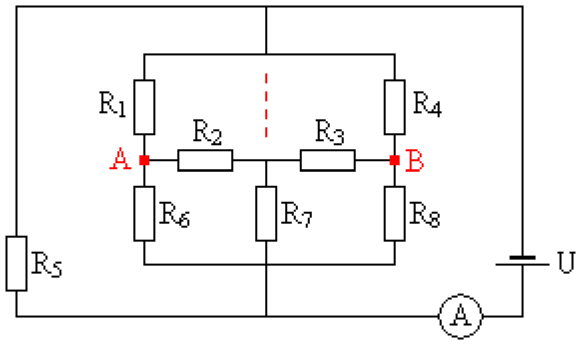
(Моск. областная олимпиада, 2005-2006, 11 кл.)

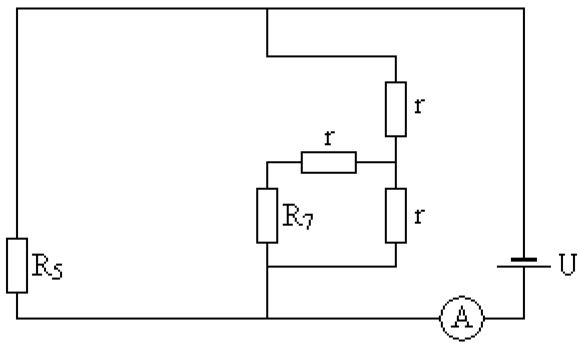
Сопротивления всех резисторов в схеме на рисунке одинаковы и равны R = 150 Ом. Что показывает амперметр, если напряжение источника тока равно U = 12 В? Амперметр идеальный.



Ответ: $I = \frac{15}{7} \cdot \frac{U}{R} = 0{,}17$ А.

Указание: Перерисовать схему, например, так (рис. слева):





Из соображений симметрии, потенциалы точек А и В равны. Среднюю часть схемы можно «перегнуть» по пунктирной линии. Получим эквивалентную схему (рис. справа), где r = 0,5R.

Сосулька в калориметре

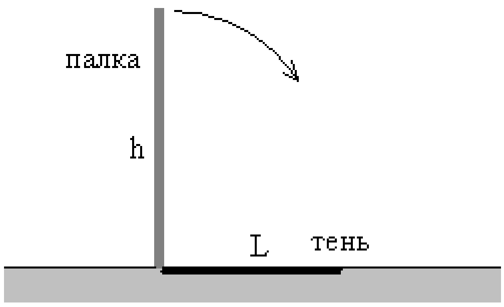
(Рязань, школа №63, 2004-2005, 9 кл.)

Экспериментатор Глюк по дороге на работу подобрал сосульку массой m = 600 г при температуре t_1 = –15 °С. Придя в лабораторию, он положил сосульку в калориметр (теплоизолированный сосуд), где находился V = 1 л воды при температуре t_2 = 15 °С. Какая температура установится в калориметре? Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°с, удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°с, удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг. Теплоёмкостью калориметра пренебречь.

Ответ: 0 °С.

Наклоняемая палка

Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту h = 1,2 м и отбрасывает тень длиной L = 0,9 м. Палку начинают медленно наклонять в сторону, показанную стрелкой, так, что её нижний конец не сдвигается с места. Длина тени от палки до определённого момента увеличивалась, а потом начала уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?



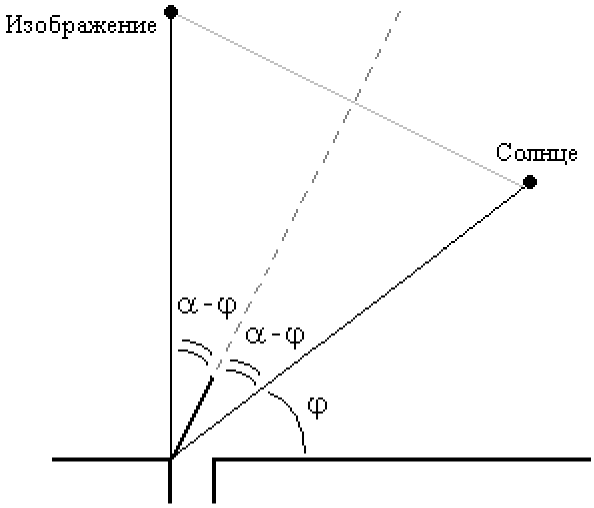
Ответ: $L_{\max} = \sqrt{L^2 + h^2} = 1{,}5$ м.

Освещение колодца (Авторство не оригинально, т.е. задача была придумана до меня)

(Рязань, школа №63, 2006-2007, 9 кл.)

Требуется осветить дно глубокого колодца, направив в него солнечный свет с помощью плоского зеркала. Солнце стоит под углом φ = 30° над горизонтом. Под каким углом к горизонту нужно расположить зеркало?

Ответ: $\alpha = \frac{90^{\circ} + \varphi}{2} = 60°$. Задачу легко решить, используя представления об изображении в плоском зеркале.

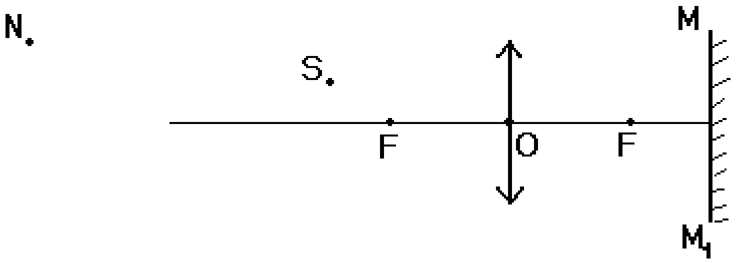


На рисунке два угла равны, т.к. прямоугольные треугольники равны по двум катетам. Из рисунка видно, что $2(\alpha - \varphi) + \varphi = 90°$, откуда получаем ответ.

Зеркало за линзой

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 9 кл.)

В тёмной комнате установили тонкую собирающую линзу, а перед линзой – маленькую лампочку S (см. рисунок). За линзой находится плоское зеркало MM_1. Наблюдатель, центр глаза которого находится в точке N, видит лампочку и одно из её изображений.



1. Скопируйте рисунок в тетрадь и постройте это изображение.
2. Постройте луч, идущий от лампочки в глаз наблюдателя через оптическую систему. Так вы докажете, что наблюдатель видит это изображение.

10 класс

Одинаковые резисторы

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 10 кл.)

На уроке физики ученикам раздали одинаковые резисторы – по 3 штуки каждому. Ещё им дали соединительные провода и попросили собрать любую цепь из резисторов, но такую, чтобы при подключении цепи к источнику тока ток шёл через каждый из резисторов. Колесова собрала цепь сопротивлением $R_К$ = 9 кОм, а Ляхова собрала цепь сопротивлением $R_Л$ = 4 кОм. Найдите сопротивление одного резистора.

Ответ: $R = \frac{2}{3}R_К = \frac{3}{2}R_л = 6кОм$

Жонглёр с апельсинами

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 10 кл.)

Жонглёр подбрасывает апельсины одной рукой и ловит другой рукой в другом месте, на том же уровне по высоте. Время полёта каждого апельсина равно t = 1 с. На какую высоту над уровнем рук подлетают апельсины?

Ответ: $h = \frac{gt^2}{8} = 1{,}25м$

Этюд с пальмой

Турист увидел, как с пальмы упал кокос. Измерив высоту пальмы, он рассчитал среднюю скорость кокоса за время падения, и она оказалась равной $\upsilon_{ср}$ = 5 м/с. Решите обратную задачу: определите высоту пальмы, зная среднюю скорость кокоса. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h = \frac{2\upsilon_{ср}^2}{g} = 5$ м.

Движение по окружности

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 10 кл.)

Тело равномерно движется по окружности в инерциальной системе отсчёта. За время τ = 1 с, равное четверти периода обращения, импульс тела изменяется на $|\Delta\vec{p}| = 2$ кг·м/с. Найдите модуль векторной суммы всех сил, действующих на тело.

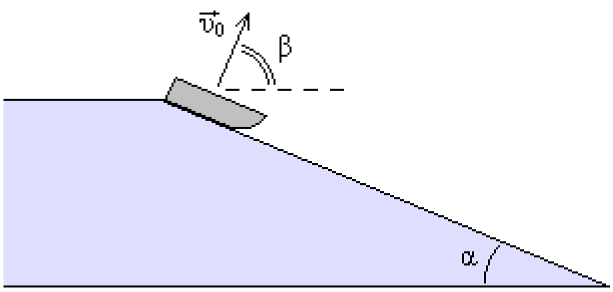
Ответ: $F = p\omega = \frac{\Delta p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0{,}5\pi}{\tau} \approx 2{,}22Н$

Снежок вернулся

(Эта задача была придумана первой).

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 2 тур, 9 кл.)

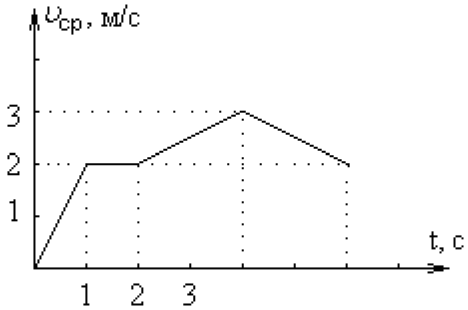
Находясь на вершине ледяной горки, образующей угол α = 30° с горизонтом, мальчик кинул снежок под углом β = 70° к горизонту и в этот же момент начал спускаться с горки на санках без начальной скорости. В некоторый последующий момент этот снежок попал… в того же мальчика. Найдите коэффициент трения между полозьями санок и льдом.



Ответ: μ = –ctg(α + β) = 0,17.

Параметризованная средняя скорость

Тело движется по прямой в одном направлении. В каждый момент времени вычисляется средняя скорость движения тела за время от начального до текущего момента. Строится график зависимости вычисленной таким образом средней скорости тела от времени.



Постройте график зависимости мгновенной скорости тела от времени.

Шкаф на колёсиках

По комнате движутся в перпендикулярных направлениях девушка и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от прямой, вдоль которой идёт девушка. На шкафу расположено зеркало, в котором девушка видит своё изображение. Скорости шкафа и девушки относительно комнаты равны соответственно $\upsilon_ш = 2$ м/с и $\upsilon_д = 3$ м/с. Найдите скорость изображения девушки

а) относительно зеркала;

б) относительно комнаты;

в) относительно девушки.

Голубой вагон

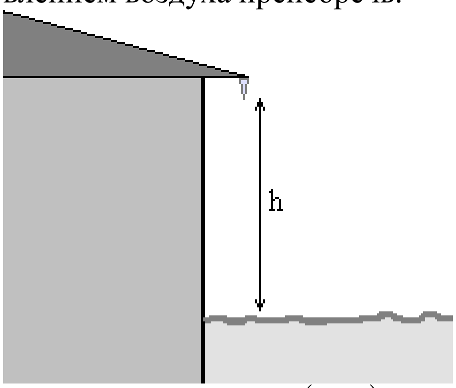
Поезд едет со скоростью V = 54 км/ч. На конце крыши заднего вагона сидят Чебурашка и крокодил Гена. Чебурашка держит в руке камень, который при этом находится на высоте h = 3,6 м над землёй. Проезжая мимо столба № 163, Чебурашка бросил камень назад по ходу поезда со скоростью $\upsilon_0 = 12$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту относительно поезда, так, что камень двигался почти в той плоскости, в которой находятся стоящие вдоль дороги столбы. На каком расстоянии от столба № 163 упадёт камень? Сопротивлением воздуха пренебречь.

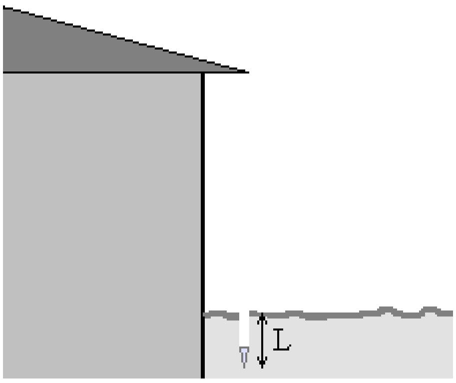
Ответ: $L = \dfrac{|\upsilon_0 \cos\alpha - V|\left(\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}\right)}{g} = 7{,}7$ м. При решении не вводите новый угол, а работайте с проекцией скорости камня на горизонтальную ось.

Сосулька

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 10 кл.)

На краю крыши висела сосулька массой m = 600 г, её нижний конец находился на высоте h = 6 м над толстым слоем снега. Однажды она упала, и её нижний конец вошёл в снег на глубину L = 1 м. Найдите силу сопротивления, действовавшую на сосульку со стороны снега, считая эту силу постоянной (в реальности это, конечно, не так, но рассмотрим идеализированную задачу). Сопротивлением воздуха пренебречь.





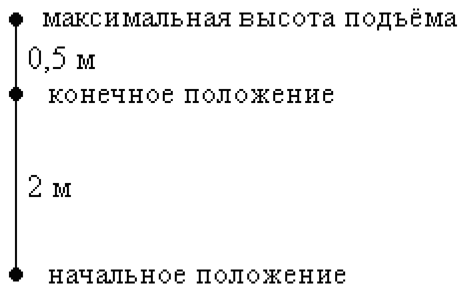
Ответ: $F = \dfrac{mg(h+l)}{l} = 42H$

Указание: лучше всего использовать теорему об изменении кинетической энергии.

Путь камня

Находясь на краю глубокого обрыва, турист бросает камень вертикально вверх. При последующем движении вниз камень проходит точку бросания и падает в обрыв. Известно, что спустя t = 1 с после бросания камень имел скорость υ = 3 м/с, а путь, пройденный камнем за это время, был равен S = 3 м. Определите взаимное расположение точки бросания, точки наивысшего подъёма и точки, в которой находился камень спустя t = 1 с, и найдите начальную скорость камня (скорость, сообщённую при броске). Ускорение свободного падения можно приближённо считать равным g ≈ 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

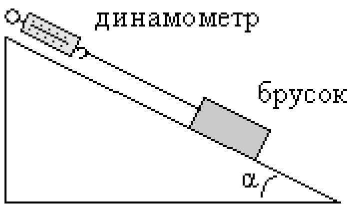
Ответ: Взаимное расположение изображено на рисунке, $\upsilon_0 = -\upsilon + gt$ = 7 м/с.



При решении было взято значение ускорения свободного падения g ≈ 10 м/с^2. Если взять более точное значение g = 9,8 м/с^2 (или вычислить его, используя значение S), то ответ качественно не изменится.

Трение

На наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, удерживают брусок, привязав его нитью к динамометру. При измерении силы натяжения нити динамометром оказалось, что максимальная сила, при которой брусок остается неподвижным, в N раз больше минимальной.

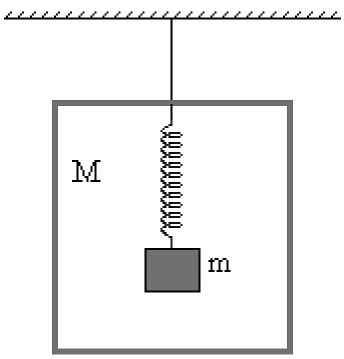


1. Найдите коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью.
2. С каким ускорением будет двигаться брусок, если его не поддерживать?

Ответ: $\mu = \dfrac{N-1}{N+1} tg\alpha$, $a = \dfrac{2g}{N+1} \sin\alpha$.

Груз на пружине

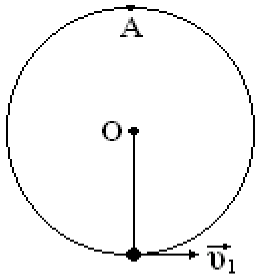
Коробка массой M подвешена на нитке к потолку комнаты. Внутри коробки на пружине подвешен груз массой m. Нитку пережигают. С каким ускорением относительно коробки начнёт двигаться груз?



Ответ: $a = \dfrac{M+m}{M} g$.

Стержень и нить

Маленький металлический шарик, подвешенный на нити, может вращаться в вертикальной плоскости вокруг оси О. Экспериментатор обнаружил, что наименьшая скорость, которую нужно сообщить шарику, чтобы он достиг верхней точки траектории (точки А), равна υ_1. Затем экспериментатор заменил нить лёгким стержнем той же длины, который может без трения вращаться вокруг оси О. Какую минимальную скорость нужно сообщить шарику теперь, чтобы он достиг точки А?

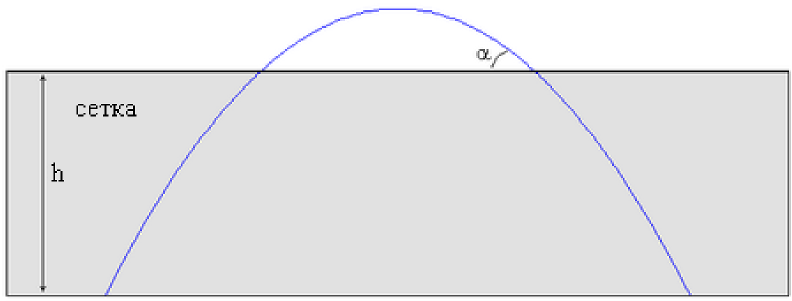


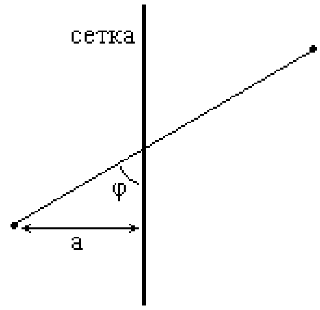
Ответ: $v_2 = \frac{2}{\sqrt{5}} v_1$.

Указание. В случае стержня сумма всех сил, действующих на шарик в точке А, может быть равна нулю (шарик опирается на стержень). В случае нити минимальная сумма сил равна mg (когда нить не натянута). Поэтому минимальное центростремительное ускорение в точке А равно g, и скорость в точке А при этом равна $\sqrt{gl}$, где l - длина нити.

Удар от земли

При игре в волейбол игрок отбил мяч у самой земли. На левом рисунке показана проекция траектории мяча на плоскость сетки. Касательная к этой проекции образует угол $\alpha = 30°$ с верхней линией сетки в точке пересечения с ней. На правом рисунке показан вид сверху: игрок в момент удара находился на расстоянии a = 3,5 м от сетки, а плоскость траектории образует с сеткой угол $\varphi = 60°$. Известно, что скорость мяча сразу после удара была направлена под углом θ к горизонту, таким, что $tg\theta = 1{,}2$. На какой высоте над землёй траектория мяча пересекает плоскость сетки? Высота сетки h = 2,4 м. Мяч считать материальной точкой, сопротивлением воздуха пренебречь.





Ответ: $y = a\frac{tg\theta}{\sin\varphi} - \frac{a^2}{4h}\frac{tg^2\theta - tg^2\alpha\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi} = 2{,}54$ м.

Лодочники

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 10 кл.)

Двое туристов в лодках находятся на поверхности озера. Носы лодок направлены навстречу друг другу. Один турист перекидывает другому конец верёвки, и каждый тянет верёвку на себя. Масса первого туриста вместе с лодкой $m_1 = 100$ кг, а верёвка движется относительно его лодки со скоростью $u_1 = 1$ м/с. Масса второго туриста с лодкой $m_2 = 130$ кг, а верёвка движется относительно его лодки со скоростью $u_2 = 0{,}6$ м/с. Найти скорость каждой лодки и верёвки относительно воды. Силы сопротивления воды, действующие на лодки, равны по модулю. Лодки вначале неподвижны.

Ответ: $v_1 = \frac{m_2(u_1+u_2)}{m_1+m_2} = 0{,}9\,м/с$; $v_2 = \frac{m_1(u_1+u_2)}{m_1+m_2} = 0{,}7\,м/с$; $u = |v_1 - u_1| = 0{,}1\,м/с$.

Указание. Направление горизонтальной оси OX можно выбрать произвольно и обозначить проекцию скорости верёвки на эту ось через u_x. Если $u_x < 0$, то направление скорости противоположно направлению оси. Заранее определять направление скорости u не нужно.

Под Луной

Где-то в Бразилии, недалеко от экватора, влюблённые прогуливались по ночному саду. Им светила полная Луна, стоящая в зените. Девушка подумала, что на Луну удобнее смотреть, когда она поднята на угол около 45° над горизонтом, но зато сейчас Луна притягивает их с наибольшей силой. На сколько увеличится ускорение свободного падения в этом саду через 12 часов? Масса Луны M = $7{,}34\cdot10^{22}$ кг; расстояние между центрами Земли и Луны L = $3{,}84\cdot10^{8}$ м, что во много раз больше радиуса Земли. Влияние Солнца на ускорение свободного падения гораздо меньше, чем Луны. Гравитационная постоянная G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м²/кг².

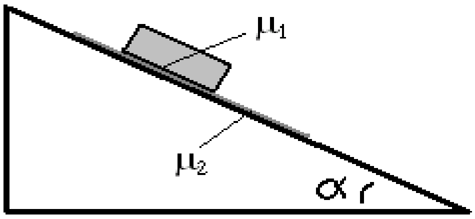
Ответ: $\Delta g = \dfrac{2GM}{L^2} = 6{,}64\cdot10^{-5}\, м/с^2$

Прослойка из бумаги

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 1 тур, 11 кл.)

На наклонной плоскости, образующей угол α = 30° с горизонтом, держат лист бумаги. На лист положили большой деревянный брусок. Коэффициент трения между бруском и бумагой $\mu_1 = 0{,}2$, а между бумагой и наклонной плоскостью – $\mu_2 = 0{,}3$. С каким ускорением начал двигаться брусок, когда брусок и бумагу отпустили?

Ответьте на тот же вопрос, если $\mu_1 = 0{,}4$, $\mu_2 = 0{,}3$.



Ответ: $a = g(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)$. если $\mu_1 < \mu_2$, как в первом случае.

$a = g(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)$, если $\mu_2 < \mu_1$, как во втором случае.

В первом случае a = 3,27 м/с², а во втором - a = 2,4 м/с².

Указание. Так как масса листа бумаги пренебрежимо мала, то, по II закону Ньютона, он движется так, что векторная сумма всех действующих на него сил равна нулю. Силой тяжести листа можно пренебречь, поэтому силы трения, действующие на него со стороны бруска и наклонной плоскости, равны по модулю. При разных μ_1 и μ_2 это означает, что одна из сил – сила трения скольжения, а другая – сила трения покоя. В первом случае лист неподвижен, а во втором – движется вместе с бруском.

Дождь за окном

Ученик пришёл к первому уроку – он не знал, что в этот день первого урока нет. Он стоял в коридоре у рекреации и смотрел на дождь за окном. Капли дождя движутся с постоянной скоростью υ = 10 м/с (из-за сопротивления воздуха) под углом α = 30° к вертикали. Попадая на стекло, они стекают по нему вертикально. В одном кубометре воздуха находятся n = 200 капель, а масса одной капли равна m_0 = 150 мг. С какой силой поток дождя действует на оконное стекло площадью S = 5 м²? Вязким трением между каплями и стеклом пренебречь.

Ответ: $F = m_0 n S \upsilon^2 \sin^2\alpha = 3{,}75$ Н

Указание. Т.к. трения между стеклом и каплями нет, сила, действующая на капли со стороны стекла, направлена горизонтально. Вертикальная составляющая скорости каждой капли не изменяется, а горизонтальная обращается в ноль. Можно применить II закон Ньютона, записанный для изменения импульса.

Диаметр струи (Авторство оказалось неоригинальным: была придумана до меня)

Из водопроводного крана диаметра d = 1,4 см течёт вертикальная струя воды. Скорость воды на выходе из крана равна υ_0 = 1 м/с. Если внимательно посмотреть на струю, то можно увидеть, что она сужается. Найдите диаметр струи на расстоянии h = 10 см от крана.

Ответ: $d_1 = d\sqrt{\dfrac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}}} \approx 1{,}1$ см.

Указание. Нужно учесть, что через любое поперечное сечение струи проходит одинаковый объём воды в единицу времени.

Четыре мухи

На горизонтальном столе в вершинах параллелограмма ABCD сидят четыре мухи. Мухи одновременно взлетают и летят вертикально вверх. Муха, сидевшая в точке A, летит со скоростью $\upsilon_A = 1{,}2$ м/с, сидевшая в точке B – со скоростью $\upsilon_B = 1{,}4$ м/с, а сидевшая в точке C – со скоростью $\upsilon_C = 1{,}5$ м/с. В каждый момент времени все четыре мухи находятся в одной плоскости. С какой скоростью летит муха, сидевшая в точке D?

Ответ: $\upsilon_D = \upsilon_A + \upsilon_C - \upsilon_B = 1{,}3$ м/с.

Четыре мухи – 2

На горизонтальном столе в вершинах параллелограмма ABCD сидят четыре мухи. Мухи одновременно взлетают и летят вертикально вверх. Муха, сидевшая в точке A, летит с постоянной скоростью υ_A, сидевшая в точке B – с постоянной скоростью υ_B, а сидевшая в точке C – с постоянным ускорением a при нулевой начальной скорости. В каждый момент времени все четыре мухи находятся в одной плоскости. Определите, при каком условии на величины υ_A, υ_B и a такое возможно, и найдите зависимость пройденного пути от времени для мухи, сидевшей в точке D.

Ответ: 1. $\upsilon_A > \upsilon_B$. 2. $h(t) = (\upsilon_A - \upsilon_B)t + \dfrac{at^2}{2}$.

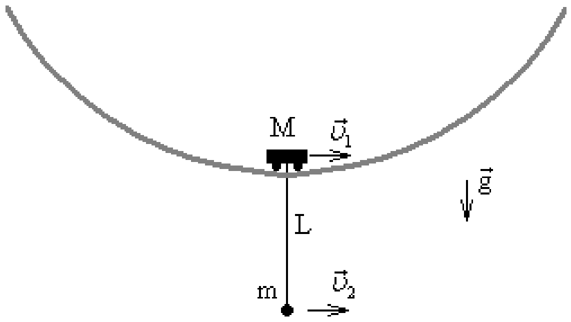
Движение по окружности с вязким трением

На горизонтальном столике лежит маленькая шайба массой m = 100 г. Столик покрыт такой смазкой, что при движении шайбы со скоростью $\vec{\upsilon}$ возникает сила вязкого трения, равная $\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma\vec{\upsilon}$, где γ = 0,4 кг/с. Сухого трения нет. На шайбу начинают действовать силой, вектор которой вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω = 3 рад/с, а модуль не меняется со временем и равен F = 0,3 Н. В установившемся режиме шайба движется по окружности. Найдите её радиус.

Ответ: $R = \dfrac{F}{\omega\sqrt{m^2\omega^2 + \gamma^2}} = 0{,}2$ м.

Вогнутый мост

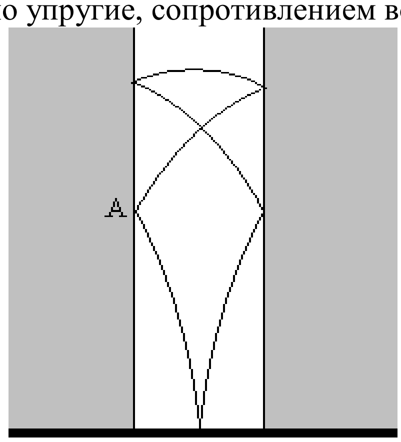
По вогнутому мосту, образующему дугу окружности радиуса R, движется вагонетка массой M. К вагонетке привязан трос длиной L, на конце которого закреплён груз массой m (см. рис). В момент, когда вагонетка проходила нижнюю точку моста, трос был расположен вертикально, а скорости вагонетки и груза были равны υ_1 и υ_2 соответственно. Найдите силу натяжения троса и силу, с которой вагонетка давит на рельсы, в этот момент. Трос невесом и нерастяжим, трением и сопротивлением воздуха пренебречь, вагонетку и груз считать материальными точками.



Ответ: $T = m\left(g + \dfrac{\upsilon_1^2}{R} + \dfrac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{L}\right)$; $N = (m+M)\left(g + \dfrac{\upsilon_1^2}{R}\right) + m\dfrac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{L}$.

Между стенами

В арке около одной из стен стоит мальчик и бросает мяч из точки А, находящейся на высоте h = 170 см над землёй. Начальная скорость мяча υ_0 = 15 м/с. Мяч вернулся в точку бросания спустя t = 3 с, описав траекторию, показанную на рисунке. Чему равно расстояние между стенами арки? Все соударения мгновенные и абсолютно упругие, сопротивлением воздуха пренебречь.

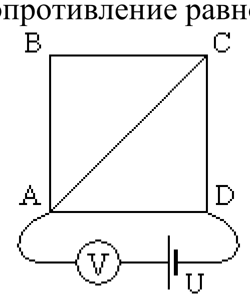


Ответ: $D = \frac{t}{4}\sqrt{\upsilon^2 + 2gh - \frac{g^2t^2}{4}} = 4{,}4$ м.

Неправильное подключение

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 10 кл.)

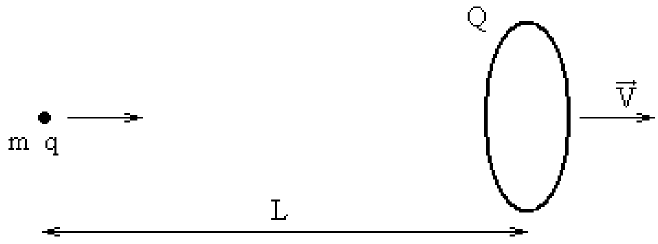
Из нихромовой проволоки сделали квадрат ABCD с диагональю AC. Сопротивление куска проволоки длиной AB равно R = 10 кОм (у нихрома большое удельное сопротивление). К точкам A и D подключили источник тока напряжением U = 9 В и вольтметр, как показано на рисунке. Что показывает вольтметр, если его внутреннее сопротивление равно R_V = 50 кОм?



Ответ: $U_{\text{В}} = \frac{UR_V}{R_V + R_{AD}} \approx 8$ В, где $R_{AD} \approx 0{,}65R$. Надо учесть, что $R_{AC} = R\sqrt{2}$.

Летящий насквозь

Маленький шарик массой m с зарядом q находится на расстоянии L от центра кольца радиуса R, равномерно заряженного одноимённым с q зарядом Q, на оси симметрии этого кольца. Кольцо движется со скоростью V, направленной вдоль этой оси, а его масса много больше, чем масса шарика. Какую минимальную скорость, направленную в центр кольца, нужно сообщить шарику, чтобы он пролетел сквозь кольцо?

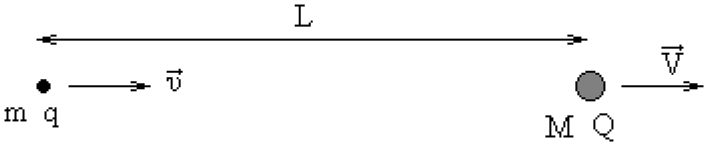


Ответ: $\upsilon_{\min} = V + \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{kqQ}{R} - \frac{kqQ}{\sqrt{L^2 + R^2}}\right)}$

Фишка в том, что в «лабораторной» системе отсчёта кулонова сила, действующая на кольцо, совершает работу, и поэтому одним законом сохранения энергии при решении задачи в этой системе не обойтись. Выгодно перейти в систему отсчёта, связанную с кольцом. Последнюю можно считать инерциальной в силу того, что масса кольца бесконечно большая.

Держащий дистанцию

Шарик массой m с зарядом q находится на расстоянии L от второго шарика массой M, заряженного одноимённым с q зарядом Q. Второй шарик в этот момент имеет скорость V, направленную по прямой, соединяющей центры шариков (вправо на рисунке). Первому шарику сообщают скорость, также направленную вправо. При каких значениях этой скорости первый шарик будет двигаться вправо сколь угодно долго? Радиусы шариков много меньше L.



Ответ: $\dfrac{MV-\sqrt{M^2V^2-\dfrac{2M(M-m)kqQ}{mL}}}{M-m} \le \upsilon \le \dfrac{MV+\sqrt{M^2V^2-\dfrac{2M(M-m)kqQ}{mL}}}{M-m}$.

Решение существует, когда подкоренное выражение неотрицательно и $M \ne m$.

Для случая M = m: $\upsilon \ge \dfrac{kqQ}{MVL}$.

Тающий лёд

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 10 кл.)

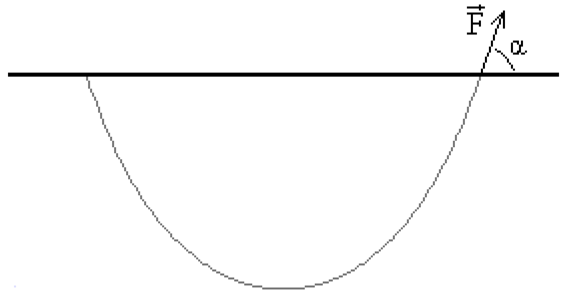
На покрытый льдом участок земли течёт вода из трубы радиуса r = 1 см. На выходе из трубы вода имеет температуру t_1 = 40°C и скорость υ = 2 м/с. Температура льда и окружающей среды t = 0°C. Струя воды проплавила во льду канавку, и на конце канавки вода имеет температуру t_2 = 10°C. Какая масса льда тает в канавке за одну минуту? Теплообменом воды с воздухом пренебречь. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, удельная теплоёмкость воды c = 4200 Дж/кг·°C; удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг.

Ответ: $m_л = \dfrac{c\rho\pi r^2\upsilon(t_1-t_2)}{\lambda + ct_2}\tau = 12{,}76$ кг

Указание. Учесть, что теплота, отданная остывающей водой, идет как на плавление льда, так и на нагревание образовавшейся воды до температуры t_2.

Среднее звено (Авторство оказалось неоригинальным: была придумана до меня)

Цепочка массой m = 20 г подвешена за два конца к горизонтальной поверхности. Силы, действующие на цепочку в точках подвеса, образуют угол α = 60° с горизонтом. Найдите силу натяжения среднего звена цепочки. Масса одного звена много меньше массы всей цепочки.

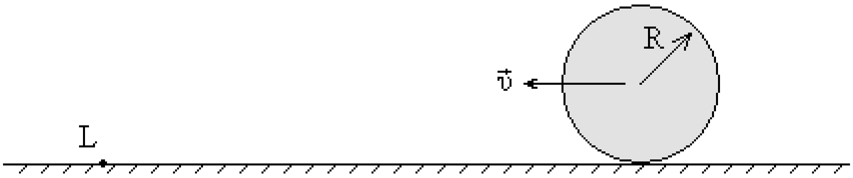


Ответ: $T = \dfrac{1}{2}mgctg\alpha = 0{,}058$ Н. Нужно рассмотреть половину цепочки (левую или правую) и записать условие равновесия.

Лягушка и барабан

(Моск. областная олимпиада, 2005-2006, 10 кл.)

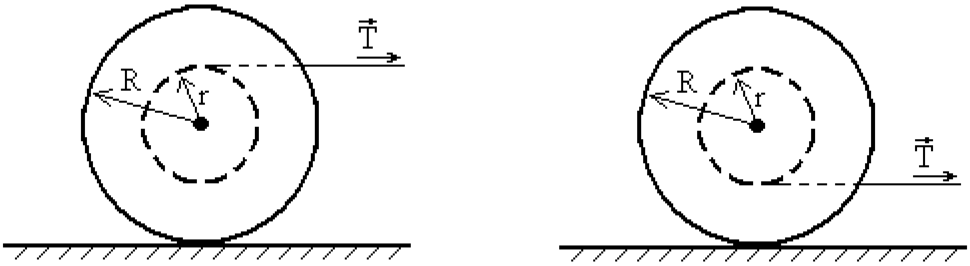
На горизонтальной поверхности в точке L сидит лягушка. Навстречу ей издалека катится барабан радиуса R. Центр барабана движется со скоростью υ. С какой наименьшей скоростью должна подпрыгнуть лягушка, чтобы перепрыгнуть барабан, слегка коснувшись его только в верхней точке? Лягушку считать материальной точкой.



Ответ: $\upsilon_{\min} = \sqrt{4gR + \left(\sqrt{gR} - \upsilon\right)^2}$.

Катушка с массой в центре

На горизонтальном столе лежит катушка из лёгкого материала. В её центр вставлен тонкий, но тяжёлый стержень массой m. Можно считать, что вся масса катушки сосредоточена в центре и равна m. Внешний радиус катушки равен R, а внутренний – r. Катушку тянут за нитку с силой T, и она катится по столу без проскальзывания. Найдите ускорение центра катушки (модуль и направление) в двух случаях, показанных на рисунках.



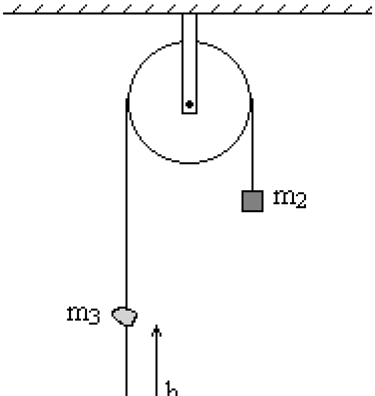
Ответ: На левом рисунке $a = \frac{T}{m}\left(1 + \frac{r}{R}\right)$; на правом $a = \frac{T}{m}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$. Ускорение в обоих случаях направлено вправо.

Указание. Можно применить теорему об изменении кинетической энергии.

Максимальная высота

(Моск. городская олимпиада, 2006-2007, 1 тур, 11 кл.)

На нити, перекинутой через блок, висят грузы массами m_1 и m_2. Один из грузов вначале держат рукой, и система неподвижна. Над левым грузом на высоте h над ним держат кусок пластилина массой m_3. Имеют место неравенства $m_1 < m_2$ и $m_1 + m_3 > m_2$. Груз отпускают и оба груза приходят в движение. Когда левый груз долетает до пластилина, пластилин отпускают. На какую максимальную высоту над начальным положением поднимется пластилин? Трением в блоке и его массой пренебречь, нить считать невесомой и нерастяжимой.



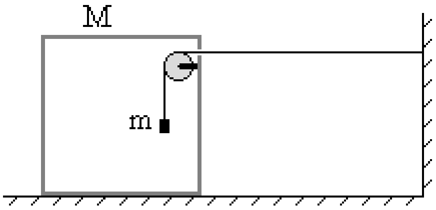
Ответ: $h_1 = \frac{h\left(m_2^2 - m_1^2\right)}{\left(m_1 + m_2 + m_3\right)\left(m_1 + m_3 - m_2\right)}$.

Указание. Решать задачу через законы сохранения. Одного закона сохранения энергии мало: при соударении пластилина и груза часть механической энергии переходит во внутреннюю. Нужно применить закон сохранения импульса, но учесть важную деталь. При столкновении левого груза с пластилином этот груз взаимодействует через нить с правым грузом. Ускорения и скорости грузов в любой момент времени будут равны. Поэтому столкновение будет таким, как будто пластилин столкнулся с бруском массой $m_1 + m_2$ (а не просто m_1).

Грузик в коробке

На полу стоит коробка массой M. Коэффициент трения между коробкой и полом равен μ. В коробке к нити прикреплён грузик массой m, как показано на рисунке. Его сначала держат рукой. Правый конец нити прикреплён к стене. Нить невесомая и нерастяжимая, блок тоже невесом и может вращаться без трения. Грузик отпустили, и коробка начала скользить по полу. Найдите ускорение коробки в начальный момент времени (сразу после отпускания).

Изменится ли ответ в задаче, если сначала держали не грузик, а коробку?



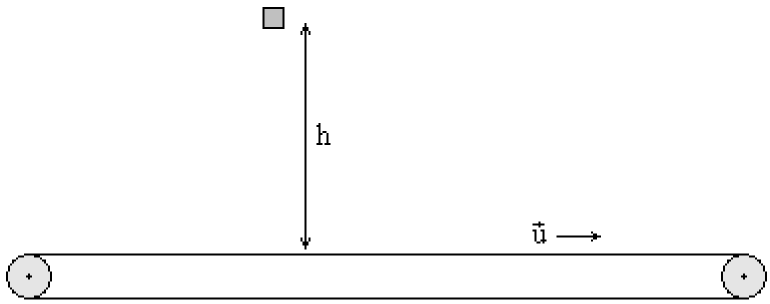
Ответ: в первом случае $a = g\dfrac{m - \mu M - \mu m}{M + m - \mu m}$, во втором $a = g\dfrac{m - \mu M - \mu m}{M}$.

Указание. Нужно получить кинематическую связь между ускорениями груза и коробки относительно земли. Рассмотрим движение стены и груза относительно коробки (только нельзя записывать второй закон Ньютона относительно неё). Ускорение груза разложим на горизонтальную и вертикальную составляющие. Вертикальная составляющая (она одинакова для всех точек вертикального отрезка нити) равна по модулю ускорению стены, т.к. нить нерастяжима. Но эта составляющая равна ускорению груза относительно земли. Поэтому ускорения груза и коробки относительно земли равны по модулю.

Если сначала держали коробку, нить в момент отпускания уже была натянута с силой mg. В этом случае всё проще. Если первая часть трудная, вторую можно не включать (чтобы задача не отняла слишком много времени).

Силикон на конвейере

Лента конвейера (транспортёра, или движущейся дорожки) движется со скоростью u = 0,3 м/с. На ленту с высоты h = 1 м свободно падает маленький кусочек силикона. Он испытывает абсолютно упругое соударение с конвейером, но при этом возникает слабое трение с коэффициентом μ = 0,02. Затем кусочек много раз подпрыгивает на конвейере. Найдите перемещение кусочка относительно земли, совершённое между первым и третьим ударом о конвейер.



Ответ: $S = 8\mu h + 2u\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0{,}43 м$.

Указание. При ударе горизонтальное и вертикальное ускорения кусочка в любой момент связаны равенством $a_{гор} = \mu a_{верт}$ (силой тяжести в момент удара можно пренебречь). Пусть кусочек подлетает к конвейеру со скоростью υ. Когда вертикальная составляющая скорости обратится в нуль, горизонтальная станет равна μυ. Когда вертикальная составляющая вновь станет равна υ, к горизонтальной добавится ещё μυ и она станет равна 2μυ. Когда кусочек ударится о ленту второй раз, горизонтальная составляющая сравняется со скоростью ленты и далее увеличиваться не будет.

Паук на доске

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 10 кл.)

Система координат на школьной доске имеет масштаб 1 деление = 5 см. В ней построен график функции $y = x^2$. В точке A(-2, 4) сидит паук. Равномерно двигаясь по графику, паук переполз в точку B(2, 4). Под доской на полу лежит плоское зеркало. Рассмотрим систему отсчёта $X_1O_1Y_1$, начало которой всегда совпадает с изображением паука в зеркале, а ось O_1Y_1 проходит через самого паука.

1. Найдите путь и перемещение паука в системе отсчёта $X_1O_1Y_1$.
2. Является ли эта система отсчёта инерциальной?

<u>Ответ</u>: Путь $l = 80 см$, перемещение $\vec{s} = 0$, не является.

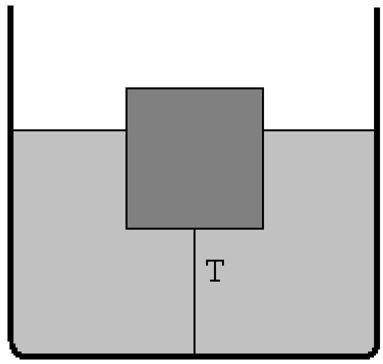
Миллион алых роз

Дом Актрисы расположен на окраине города, и перед ним лежит большое ровное (горизонталь-ное) поле. Художник засадил это поле алыми розами, посадив на каждом квадратном метре n = 1 розовый куст. Когда розы выросли, каждый куст достиг высоты h = 1 м. Сколько роз может увидеть Актриса из окна своего дома, выходящего на поле и расположенного на высоте H = 25 м над землёй? Актриса видит розу, если угол зрения (угол с вершиной в центре глаза, лучи которого проходят через края наблюдаемого объекта) составляет не менее α = 4' = 1/15° (4 угловые минуты, или 1/15 градуса). Розовое поле считать бесконечным и занимающим полуплоскость. Затенением роз друг другом пренебречь (считать, что ближние розы не заслоняют дальние).
Примечание: при малых углах α можно считать, что $\sin\alpha \approx tg\alpha \approx \alpha$, где α выражен в радианах.
Или можно дать значение: tgα = $1{,}164\cdot 10^{-3}$.

<u>Ответ</u>: $N = \frac{1}{2} n\pi R^2 \approx$ 1 160 000, где $R = \frac{h + \sqrt{h^2 - 4H(H-h)tg^2\alpha}}{2tg\alpha} \approx \frac{h}{tg\alpha}$.

Закон Архимеда в лифте

В кабине лифта находится сосуд с водой, в которую частично погружен деревянный цилиндр и привязан ко дну сосуда нитью (см. рис). Плотность дерева ρ меньше плотности воды $\rho_в$. При этом сила натяжения нити равна T. Максимальная сила натяжения, при которой нить не обрывается, равна T_{max}. С каким минимальным ускорением должен двигаться лифт и куда должно быть направлено ускорение (вверх или вниз), чтобы нить оборвалась?



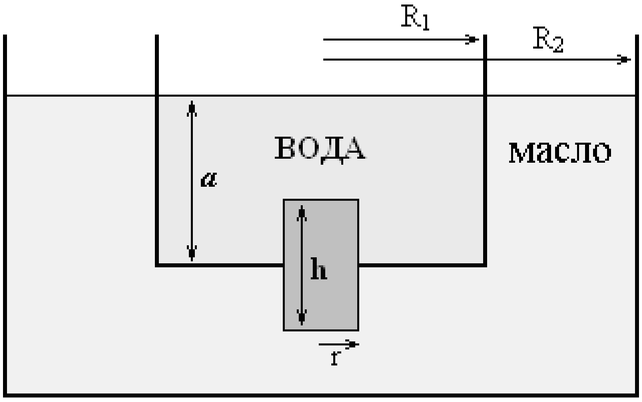
<u>Ответ</u>: $a = g\left(\frac{T_{\max}}{T} - 1\right)$, вверх.

Устойчивость

Один цилиндрический сосуд удерживают внутри другого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие, в которое вставлен деревянный цилиндр высотой h = 21 см. В малый сосуд налита вода до уровня a = 30 см, а в большой – масло, и при этом цилиндр покоится. Плотность воды равна ρ_1 = 1000 кг/м^3, плотность масла равна ρ_2 = 790 кг/м^3, а плотность цилиндра равна ρ = 600 кг/м^3. Трения между цилиндром и малым сосудом нет.

1. Какая часть объёма цилиндра находится в воде, а какая – в масле?

2. Обозначим радиус цилиндра за r, радиус малого сосуда за R_1, а радиус большого сосуда за R_2. При каком соотношении между r, R_1 и R_2 равновесие цилиндра будет устойчивым (то есть, при смещении цилиндра вверх или вниз из положения равновесия силы, действующие него, будут стремиться вернуть его в это положение)?



Ответ: В воде находится $A = \frac{a}{h} - \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_1 - \rho_2}$ = 11/21 объёма, а в масле B = 10/21.

Условие устойчивости: $\rho_с \frac{R_2^2 - R_1^2 + r^2}{R_2^2 - R_1^2} > \rho_в \frac{R_1^2 - r^2}{R_1^2}$.

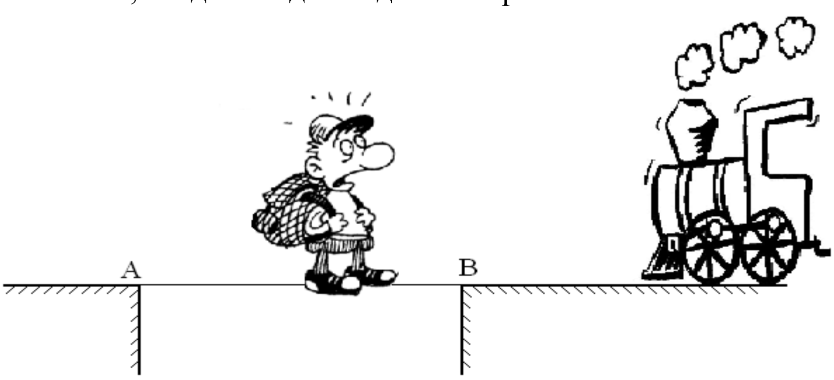
Винни Пух (версия для 10 класса)

В известном мультфильме про Винни Пуха есть явное несоответствие: Винни Пух надувает воздушный шарик обычным воздухом и взлетает на нём. Для того, чтобы воздушный шарик поднимался (а тем более поднимал Винни Пуха), нужно, чтобы он был наполнен лёгким газом. Можно предположить, что Винни Пух надувает шарик тёплым воздухом, плотность которого, как известно, меньше плотности холодного. Рассчитайте, каким должен быть в этом случае минимальный необходимый для подъёма объём шарика, если температура воздуха внутри t_1 = 36 °C, температура холодного воздуха снаружи t_2 = 0 °C, а масса Винни Пуха m = 5 кг. Считайте, что оболочка шарика легкорастяжима, и давление внутри примерно равно атмосферному давлению. Молярная масса воздуха M = 29 г/моль, атмосферное давление p = 10^5 Па.

Ответ: $V = \frac{mRT_1T_2}{pM(T_1 - T_2)}$ = 33,6 м^3. Здесь температура выражена в кельвинах.

Только вперед!

Турист переходил узкий железнодорожный мост в направлении от точки A к точке B (см. рис). Находясь на расстоянии d = 50 м от середины моста, ближе к точке B, он увидел поезд, движущийся ему навстречу со скоростью V = 54 км/ч, который в этот момент находился на расстоянии s = 300 м от туриста. Турист побежал вперёд с постоянной скоростью υ = 5 м/с, и успел достигнуть точки B в момент, когда поезд находился на расстоянии h = 60 м от этой точки.



Успел ли бы турист добежать до точки A, если бы он, увидев поезд, мгновенно развернулся и побежал с такой же скоростью назад? Если да, то на каком расстоянии от точки A находился бы поезд в момент, когда турист достиг бы этой точки? Если нет, то на каком расстоянии от точки A поезд мог бы догнать его? Скорость поезда постоянна.

Ответ: не успел бы. Ему бы не хватило пробежать $\delta = 2d + \dfrac{\upsilon(S-h)}{V+\upsilon} - \dfrac{S\upsilon}{V-\upsilon} = 10$ м.

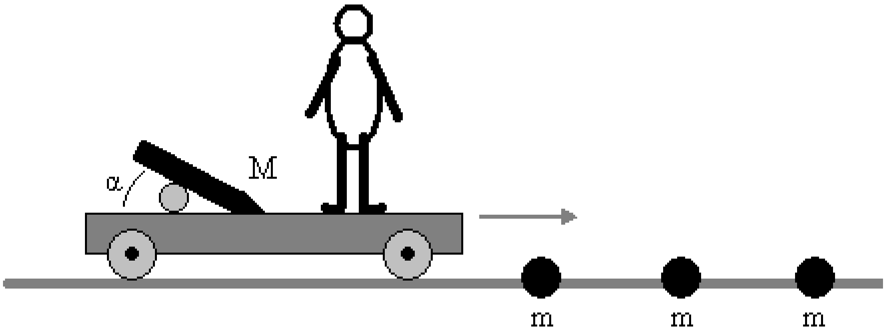
Электричка

Электричка, подходящая к станции, движется равнозамедленно. Первый вагон прошёл мимо стоящего на платформе наблюдателя за время $t_1 = 2$ с, а второй вагон – за время $t_2 = 2{,}1$ с. Когда мимо наблюдателя проходил последний вагон, электричка остановилась. Сколько вагонов в электричке? Все вагоны имеют одинаковую длину; промежутками между вагонами пренебречь.

Ответ: $n = \left[\dfrac{(3t_1t_2 - 2t_1^2 + t_2^2)^2}{4t_1t_2(t_2^2 - t_1^2)}\right] + 1 = 12.$

Реактивная стрельба

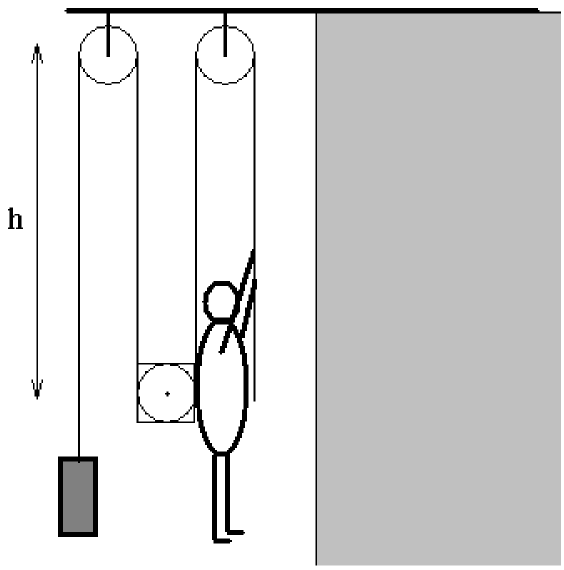
По железной дороге катится вагонетка, на которой установлена пушка. Ствол пушки направлен назад по ходу вагонетки и образует угол α с её горизонтальным полом. Общая масса вагонетки, пушки и пушкаря, стоящего на вагонетке, равна M. Вдоль дороги разложены снаряды (ядра) для пушки. Масса каждого ядра равна m. Пушкарь поднимает с земли ядро, заряжает, стреляет, поднимает следующее ядро, снова стреляет, и так далее. Каждое ядро вылетает из ствола со скоростью υ относительно пушки. До какой максимальной скорости может разогнаться вагонетка при такой стрельбе? Трением при качении вагонетки и массой пороха пренебречь.



Ответ: $\upsilon_{max} = \upsilon\cos\alpha$.

Подъём

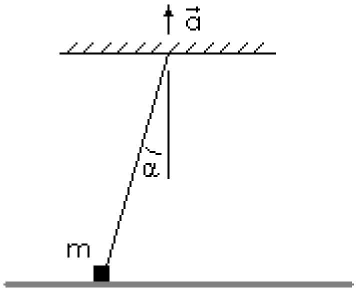
Человек поднимается на высокое здание вдоль верхнего участка его стены длиной h = 20 м с помощью системы, состоящей из груза, верёвки и трёх блоков, один из которых закреплён за спиной (см. рис). В начальный момент система вместе с человеком была неподвижна. Когда человек поднимался, конец верёвки в его руках двигался относительно стены со скоростью υ = 1,2 м/с. Сколько времени длился подъём? Блоки и верёвка невесомы, трения нет.



Ответ: $t = 3h/\upsilon = 50$ с.

Подъём с ускорением

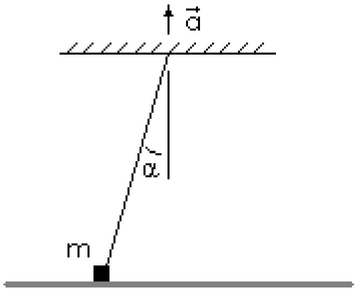
На горизонтальном столе лежит грузик массой m, привязанный нитью к платформе сверху (см. рисунок). Нить невесома и нерастяжима и образует угол α с вертикалью. Платформа начинает двигаться вверх с ускорением a. Найдите силу натяжения нити в момент начала движения с ускорением в случае, если грузик не отрывается от стола. Найдите также условие, при котором грузик не отрывается от стола в этот момент. Коэффициент трения между грузиком и столом μ.



Ответ: $T = \dfrac{mactg\alpha + \mu mg}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$. Грузик не отрывается от стола при условии $g - a \cdot ctg^2\alpha > 0$.

Подъём с ускорением-2

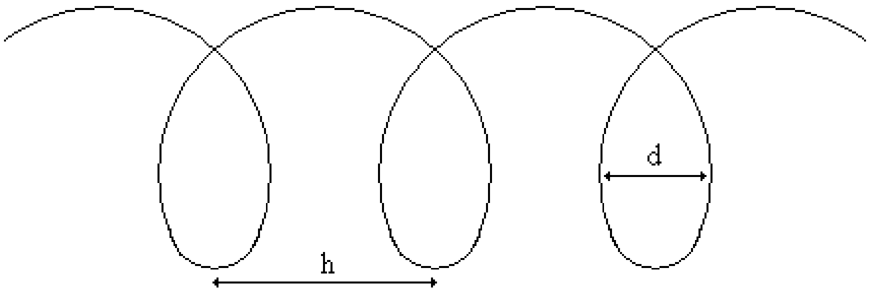
Грузик массой m, привязанный нитью к платформе (см. рисунок), движется по окружности с линейной скоростью υ и угловой скоростью ω на абсолютно гладкой поверхности стола. Нить невесома и нерастяжима и образует угол α с вертикалью. Платформа начинает двигаться вверх с ускорением a. Найдите силу натяжения нити в момент начала движения платформы в случае, если грузик не отрывается от стола. Найдите также условие, при котором грузик не отрывается от стола в этот момент.



Ответ: $T = \dfrac{mactg\alpha + m\upsilon\omega}{\sin\alpha}$. Грузик не отрывается от стола при условии $g - a \cdot ctg^2\alpha - \upsilon\omega ctg\alpha > 0$.

Петляющая траектория

Две материальные точки массами m_1 и m_2 находятся на абсолютно гладкой горизонтальной поверхности и связаны невесомой нерастяжимой нитью длины L. Точка массой m_1 закреплена, а точка массой m_2 движется вокруг неё по окружности. Точку m_1 освобождают, и точка m_2 начинает двигаться по траектории, изображённой на рисунке.



Найдите шаг траектории h и ширину петли d.

Ответ: $h = \dfrac{2\pi L m_2}{m_1 + m_2}$, $d = \dfrac{2Lm_1}{m_1 + m_2}\left(\sqrt{1 - \left(\dfrac{m_2}{m_1}\right)^2} - \dfrac{m_2}{m_1}\arccos\dfrac{m_2}{m_1}\right)$.

11 класс

Тень на асфальте

(Моск. городская олимпиада, 2005-2006, 1 тур, 10 кл.)

Однажды летним утром кузнечик сидел на асфальте. Когда солнце поднялось на угол $\varphi = 30°$ над горизонтом, он прыгнул в сторону солнца с начальной скоростью $\upsilon_0 = 6{,}3$ м/с под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Найдите скорость тени кузнечика сразу после прыжка и спустя t = 0,6 с после прыжка.

Ответ: Зависимость скорости от времени: $\upsilon = \left|\upsilon_0\left(\cos\alpha - ctg\varphi \sin\alpha\right) + gt \cdot ctg\varphi\right|$.

Сразу после прыжка (t = 0) υ = 3,26 м/с; спустя время t: υ = 7,13 м/с.

Система «кирпич - тележка»

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 11 кл.)

По горизонтальному пути катится тележка массой M = 8 кг со скоростью υ = 3 м/с. На тележку кладут кирпич массой m = 3,5 кг, предоставив его свободному падению на очень малом расстоянии от её дна. Кирпич прошёл относительно тележки путь $l =$ 39 см. Найдите коэффициент трения между кирпичом и дном тележки. Трением при качении тележки пренебречь.

Ответ: $\mu = \dfrac{M\upsilon^2}{2gl \cdot (M+m)} = 0{,}8$

Указание: Система отсчёта, связанная с тележкой, не инерциальная. II закон Ньютона нужно записывать в земной системе отсчёта.

Газировка

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 11 кл.)

В бутылках с газировкой часть объёма занята напитком, а часть – углекислым газом. Пусть объём газа под крышкой равен V = 0,15 л. В холодильнике при температуре $t_1 = 7°C$ давление под крышкой было равно $P_1 = 1{,}04 \cdot 10^5$ Па. Когда бутылку достали, она нагрелась до комнатной температуры $t_2 = 27°C$, а из напитка вышел углекислый газ массой $m = 6 \cdot 10^{-7}$ кг. Найдите давление и число молекул газа под крышкой. Можно использовать таблицу Менделеева.

Ответ: $P_2 = T_2\left(\dfrac{P_1}{T_1} + \dfrac{mR}{VM}\right) = 1{,}34 \cdot 10^5\, Па$, где T_1 и T_2 – температуры в кельвинах, $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. $N = \dfrac{P_2 V}{kT_2} = 4{,}85 \cdot 10^{21}$

Девочка с воздушным шариком

Девочка купила на улице воздушный шарик, надутый гелием. При температуре $t_1 = -10°C$ он имел объём $V_1 = 5$ л. Девочка принесла шарик домой, где температура воздуха $t_2 = 20°C$, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

1. Какой объём примет шарик?
2. Сколько тепла получит гелий из окружающей среды?

Ответ: $V_2 = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = 5{,}57 \cdot 10^{-3} м^3$ (T_2, T_1 – температуры в Кельвинах);

$Q = \left(\dfrac{i}{2} + 1\right) \cdot p_0 \cdot (V_2 - V_1) = 143 Дж$, где i = 3

Экономичный расход гелия

Воздушные шарики с массой оболочки m = 0,5 г надувают смесью гелия и воздуха, так, что каждый шарик взлетает в воздухе. Смесь закачана в баллоны объёмом V = 60 л. Её полное давление равно $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, а молярная масса равна $M_c = 0{,}019$ кг/моль. Сколько шариков можно надуть из одного баллона? Молярная масса воздуха $M_в = 0{,}029$ кг/моль. Атмосферное давление $P = 10^5$ Па, температура воздуха t = 27°C. Надувание считать изотермическим, давление в шарике примерно равно атмосферному.

Ответ: $K = \frac{V(P_1 - P)(M_B - M_C)}{mRT} \approx 140$, T – температура в кельвинах. Нужно учесть, что шарики можно надувать лишь до тех пор, пока давление в баллоне больше атмосферного. Значит, не вся смесь из баллона попадёт в шарики.

Экономичный расход гелия (вариант 2)

Воздушные шарики с массой оболочки m = 0,5 г надувают смесью гелия и воздуха, так, что каждый шарик взлетает в воздухе. Смесь закачана в баллоны объёмом V = 60 л. Её полное давление равно $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па. Число атомов гелия составляет η = 40% от общего числа атомов и молекул в баллоне. Сколько шариков можно надуть из одного баллона? Молярная масса воздуха $M_в$ = 0,029 кг/моль, гелия – $M_г$ = 0,004 кг/моль. Атмосферное давление равно $P = 10^5$ Па, температура воздуха равна t = 27°C. Надувание считать изотермическим, давление в шарике приближённо равно атмосферному.

Ответ: $K = \frac{V(P_1 - P)(M_B - M_Г)}{mRT}\eta \cdot 100\% \approx 140$, T – температура в кельвинах.

Кофе со льдом

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 11 кл.)

В чашку налили кофе при температуре t_1 = 75°C и бросили туда несколько кубиков льда, взятого при температуре $t_л$ = -12°C. Когда лёд растаял, температура кофе была равна t_2 = 40°C. На сколько процентов уменьшилась концентрация кофе? Теплообмен кофе с окружающей средой не учитывать. Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·°С, удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·°С, удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг. Тепловые свойства у кофе почти такие же, как и у воды.

Ответ: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda + c_в t_2 - c_л t_л}{\lambda + c_в t_1 - c_л t_л} = 0{,}78$, т.е. концентрация уменьшилась на 22%.

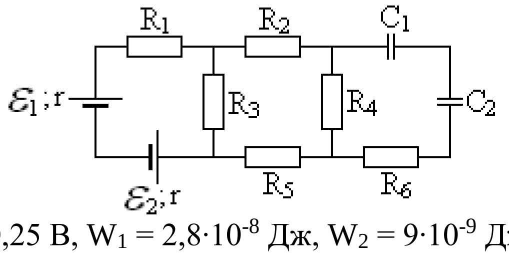
Дальняя дорога

Паровоз, общая масса которого вместе с вагонами и грузом равна M = 300 т, отправляется в дальний путь. При этом k = 40% от общей массы составляет уголь, который сжигается в топке паровоза по мере прохождения пути. Тяговая сила, благодаря которой паровоз движется, прямо пропорциональна массе паровоза (то есть, уменьшается во столько же раз, во сколько уменьшается масса). В момент отправления тяговая сила равна F_0 = 150 кН. КПД паровоза равен η = 8% и не изменяется на протяжении пути. Какой максимальный путь может пройти паровоз, используя только свой собственный запас угля? Удельная теплота сгорания угля равна q = 14,8 МДж/кг.

Ответ: $S = \frac{q\eta M_0}{F_0}\ln\frac{1}{1-k}$ = 1210 км. Доля угля и КПД в этой формуле выражены в частях.

Резисторы и конденсаторы

В схеме, изображённой на рисунке, сопротивления всех резисторов равны R = 100 Ом, внутренние сопротивления источников r = 6 Ом, ЭДС источников ε_1 = 9 В, ε_2 = 1,5 В, ёмкости конденсаторов C_1 = 1 мкФ, C_1 = 3 мкФ. Для каждого конденсатора найдите напряжение на нём и его потенциальную энергию.



Ответ: U_1 = 0,75 В, U_2 = 0,25 В, $W_1 = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Дж, $W_2 = 9 \cdot 10^{-9}$ Дж.

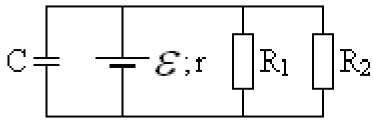
Резисторы и конденсаторы (другая задача)

В чёрном ящике находится неизвестная схема из одинаковых резисторов сопротивлением R_0. Из чёрного ящика выведены два провода. К этим проводам подключили омметр, и он показал сопротивление R. Затем все резисторы заменили одинаковыми конденсаторами ёмкостью C_0. Чему равна общая электроёмкость чёрного ящика?

Ответ: $C = C_0 \frac{R_0}{R}$.

Заряд на конденсаторе

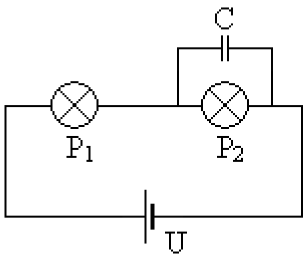
В схеме, изображённой на рисунке, сопротивления обоих резисторов равны R = 100 Ом, внутреннее сопротивление источника r = 10 Ом, ЭДС источника ε = 4,5 В, ёмкость конденсатора C = 2 мкФ. Найдите заряд на конденсаторе.



Ответ: $q = 7{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Конденсатор и лампочки

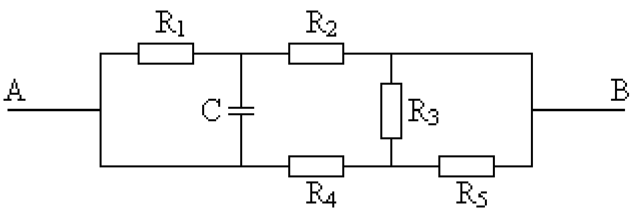
Две лампочки рассчитаны на одинаковое рабочее напряжение, но имеют разные номинальные мощности: $P_1 = 100$ Вт, $P_2 = 60$ Вт. Лампочки соединили так, как показано на рисунке, и подключили к идеальному источнику тока с ЭДС U = 9 В. К одной из лампочек подключен конденсатор ёмкостью C = 16 мкФ (см. рис). Чему равен заряд на конденсаторе? Зависимостью сопротивления спиралей лампочек от температуры пренебречь.



Ответ: $q = CU\frac{P_1}{P_1 + P_2} = 9 \cdot 10^{-5}$ Кл.

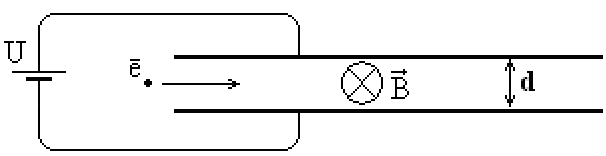
Конденсатор в цепи

Через участок АВ электрической цепи (рис. 3) течёт постоянный ток. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $R_4 = 30$ Ом, $R_5 = 50$ Ом, а ёмкость конденсатора равна C = 10 мкФ. Чему равен ток через участок АВ, если заряд на конденсаторе равен $q = 10^{-5}$ Кл?



Селектор скоростей

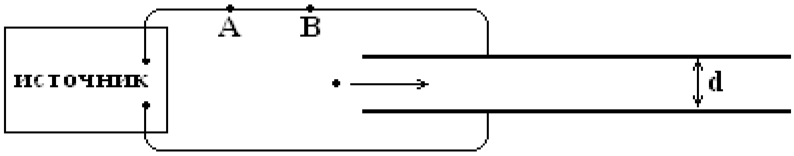
В лаборатории создали магнитное поле индукцией B = 30 мТл. Линии индукции перпендикулярны плоскости рисунка. К параллельным металлическим пластинам, расстояние между которыми d = 1 см, подключили источник напряжения U = 0,3 В. В пространство между пластинами влетают электроны, как показано стрелкой. Чтобы пролететь между пластинами и не притянуться к ним, электроны должны иметь определённую скорость. Найдите эту скорость.



Ответ: $\upsilon = \frac{\varepsilon}{dB} = 1000$м/с .

Селектор скоростей (2)

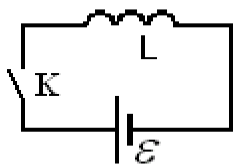
В лаборатории создали магнитное поле индукцией B = 30 мТл. Линии индукции перпендикулярны плоскости рисунка. К параллельным металлическим пластинам, расстояние между которыми d = 1 см, подключили источник тока с ЭДС ε = 0,3 В. Полярность источника неизвестна. В пространство между пластинами влетают заряженные частицы, как показано стрелкой. Чтобы пролететь между пластинами и не притянуться к ним, частицы должны иметь определённую скорость. Найдите эту скорость. Куда будет направлена сила, действующая на участок AB провода со стороны поля, если провода отключить он источника и соединить между собой?



Ответ: $\upsilon = \frac{\varepsilon}{dB} = 1000$м/с ; сила в любом случае направлена вниз.

Катушка без сопротивления

В схеме на рисунке источник тока, катушка и ключ идеальные (активное сопротивление катушки ничтожно мало), ε = 2 В, L = 4 мГн. Ключ замыкают. Какой будет сила тока в цепи спустя время t = 10^{-3} с? Найдите работу сторонних сил источника и заряд, протёкший через ключ, к этому времени.

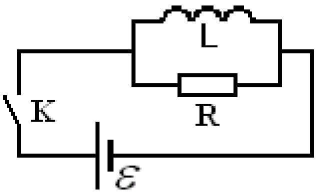


Ответ: $I = \frac{\varepsilon}{L}t = 0{,}5$ А , $A = \frac{LI^2}{2} = 5 \cdot 10^{-4}$ Дж , $q = \frac{A}{\varepsilon} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\,Кл$.

Катушка и резистор

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 11 кл.)

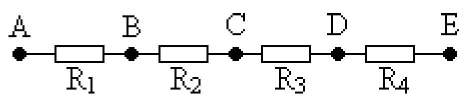
В схеме на рисунке источник тока, катушка и ключ идеальные (активное сопротивление катушки ничтожно мало), ε = 2 В, L = 4 мГн, R = 10 Ом. Ключ замыкают. Какой будет сила тока через ключ спустя время t = 10^{-3} с? Найдите работу сторонних сил источника и заряд, протёкший через ключ, к этому времени.



Ответ: $I = \frac{\varepsilon}{L}t + \frac{\varepsilon}{R} = 0{,}7$ А , $A = \frac{LI^2}{2} + \frac{\varepsilon^2}{R}t = 9 \cdot 10^{-4}$ Дж , $q = \frac{A}{\varepsilon} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\,Кл$.

Тепловая мощность

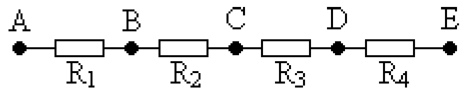
Резисторы сопротивлениями R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 40 Ом и R_4 = 80 Ом припаяны к клеммам A, B, C, D и E так, как показано на рисунке. Имеется источник постоянного напряжения U = 12 В и много соединительных проводов, которые можно подключать к источнику и любой из клемм. Как нужно соединить источник и резисторы, чтобы общая тепловая мощность, выделяющаяся на резисторах, была максимальной? Чему равна эта мощность?



Ответ: нужно сделать так, чтобы все резисторы были соединены параллельно. P = 27 Вт.

Тепловая мощность-2

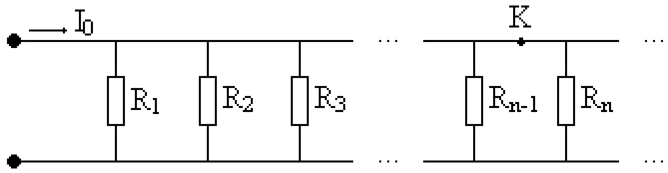
Резисторы сопротивлениями R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 40 Ом и R_4 = 80 Ом припаяны к клеммам A, B, C, D и E так, как показано на рисунке. Имеется источник тока с ЭДС ε = 12 В и внутренним сопротивлением r = 5 Ом и много соединительных проводов, которые можно подключать к источнику и любой из клемм. Как нужно соединить источник и резисторы, чтобы общая тепловая мощность, выделяющаяся на резисторах, была максимальной? Чему равна эта мощность?



<u>Ответ:</u> нужно сделать так, чтобы все резисторы были соединены параллельно. P = 7,19 Вт.

Бесконечная цепь (постоянный ток)

В бесконечной электрической цепи, изображённой на рисунке, сопротивление каждого резистора в 2 раза больше, чем предыдущего резистора ($R_2 = 2R_1$, $R_3 = 2R_2$, …). Все сопротивления и общий ток через цепь I_0 известны. Найдите ток, текущий через точку K, находящуюся между резисторами с номерами n-1 и n, а также общую тепловую мощность, выделяющуюся на резисторах с первого по n-ый включительно. Ответы выразить через I_0, R_1 и n.



<u>Ответ:</u> $I_n = I_0/2^{n-1}$; $P = I_0^2R_1/2^{n+1}$.

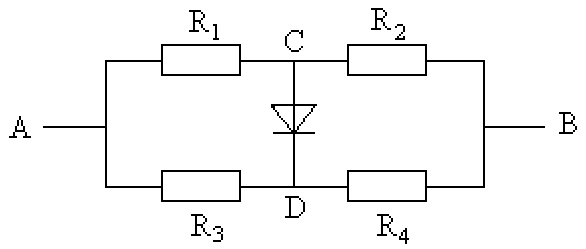
Бесконечная цепь – 2 (переменный ток)

Задача, аналогичная предыдущей; вместо резисторов конденсаторы ёмкостями C, C/2, C/4, C/8, …, $I_0 = I_m\cos\omega t$. Найти зависимость тока через точку K и напряжения на входных клеммах цепи от времени.

<u>Ответ:</u> $I_n = (I_m\cos\omega t)/2^{n-1}$; $U = (I_m\sin\omega t)/2C\omega$.

Мощность на участке с диодом

Участок AB электрической цепи состоит из резисторов с сопротивлениями R_1 = 1 кОм, R_2 = 2 кОм, R_3 = 3 кОм, R_4 = 4 кОм и идеального диода CD. Идеальный диод пропускает ток без сопротивления в направлении от C к D и не пропускает совсем в обратном направлении. Участок подключают к источнику переменного синусоидального напряжения $U_{AB}(t) = U_m \sin\omega t$, амплитуда которого равна U_m = 300 В. Какая тепловая мощность будет выделяться на этом участке?



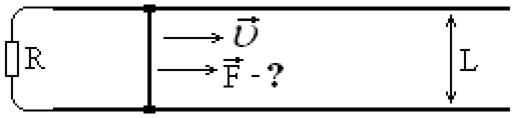
<u>Ответ</u>: $P = \dfrac{U_m^2}{4}\left(\dfrac{1}{R_{AB}} + \dfrac{1}{R_{BA}}\right) \approx 7{,}17$ Вт, где

$$R_{AB} = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_4}{R_2+R_4},\quad R_{BA} = \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}.$$

Перемычка в магнитном поле

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 11 кл.)

В лаборатории создали магнитное поле индукцией B = 1 Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости рисунка. По двум горизонтальным металлическим стержням, расстояние между которыми L = 20 см, может скользить без трения вертикальная перемычка. Между перемычкой и стержнями хороший электрический контакт. Стержни замкнуты резистором сопротивлением R = 2 Ом. Перемычка движется с постоянной скоростью υ = 5 м/с. Какая горизонтальная сила должна быть приложена к перемычке, чтобы она так двигалась?

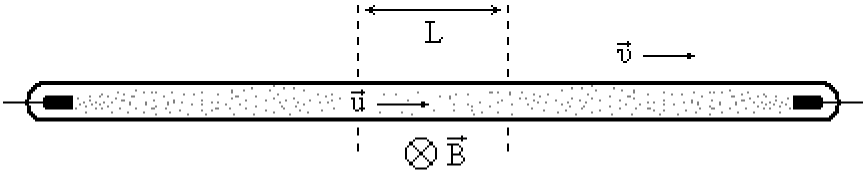


Ответ: $F = \dfrac{\upsilon B^2 L^2}{R} = 0{,}1H$.

Указание. Можно использовать закон сохранения энергии.

Неоновая трубка

В лаборатории создали магнитное поле индукцией B в области, ширина которой равна L. Линии индукции перпендикулярны плоскости рисунка. Через область с магнитным полем движется неоновая трубка со скоростью υ. Ток электронов в трубке равен I, а их средняя скорость относительно трубки равна u. С какой силой магнитное поле действует на трубку? Куда направлена эта сила?

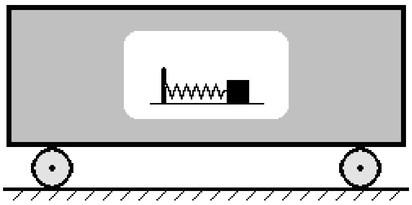


Получите общую формулу. Затем произведите расчёт для частного случая: B = 0,5 Тл, L = 20 см, I = 20 мА, а скорость трубки много меньше, чем скорость электронов относительно неё.

Ответ: $F = BIL\left(1 + \dfrac{\upsilon}{u}\right) \approx 2 \cdot 10^{-3} H$.

Момент остановки (относительно простая задача на колебания)

Поезд, подходящий к станции, движется равнозамедленно с ускорением a = 0,2 м/с^2. На абсолютно гладком горизонтальном столе внутри вагона поезда находится грузик, соединённый пружиной с неподвижной опорой. Пока поезд движется, грузик неподвижен относительно вагона. В момент, когда поезд останавливается, грузик приходит в движение и начинает колебаться с периодом T = 1 с. Найдите амплитуду колебаний грузика.



Ответ: $x_m = \dfrac{aT^2}{4\pi^2}$ = 5 мм.

Старинные часы

Настенные часы имеют маятник длиной L = 30 см и гирю массой m = 500 г. Маятник совершает автоколебания. Он отклоняется на малый угол, и колебания можно с большой точностью считать свободными и гармоническими. За один час гиря опускается на h = 8 см.

1. Сколько энергии рассеивается в окружающую среду в механизме часов при трении за одно колебание?
2. Найдите максимальную высоту подъёма маятника над нижним положением, если известно, что его средняя скорость за одно колебание равна υ = 0,29 м/с. Считая колебания гармоническими, представьте в ответе формулу, в которую не входит L.

Ответ: $E = \frac{mgh}{3600\,c} 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 1{,}19 \cdot 10^{-4}$ *Дж*, $h_1 = \frac{\pi^2 \upsilon^2}{8g} = 1$ см. Справедлива также формула $h_1 = L - \sqrt{L^2 - \frac{\pi^2 \upsilon^2}{4} \cdot \frac{L}{g}}$. При малых колебаниях формулы дают очень близкие результаты.

Колебания струны

Точка гитарной струны совершает колебания с амплитудой x_m = 1 мм, проходя положение равновесия со скоростью υ = 12 м/с. Найдите длину звуковой волны, которую создаёт струна в воздухе при таких колебаниях. Скорость звука в воздухе равна $\upsilon_{зв}$ = 340 м/с.

Ответ: $\lambda = \frac{2\pi x_m \upsilon_{зв}}{\upsilon} = 0{,}18$ м.

«Половинчатые» колебания

Материальная точка массой m = 0,5 кг покоится в начале O оси OX инерциальной системы отсчёта (рис. 1).

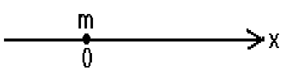


Рис. 1

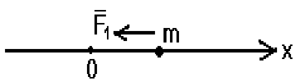


Рис. 2

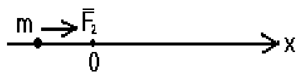


Рис. 3

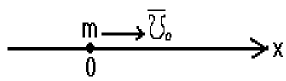


Рис. 4

Если точку сместить вправо (рис. 2), то на неё будет действовать сила F_1, такая, что $F_{1x} = -\alpha x$, где α = 10 Н/м. Если точку сместить влево (рис. 3), на неё будет действовать сила F_2, $F_{2x} = -\beta x$, где β = 15 Н/м. Точке сообщили скорость v_0 = 2 м/с (рис. 4).

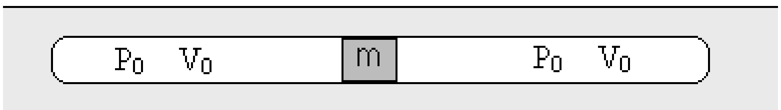
1. Найдите период колебаний точки.
2. Какой путь пройдёт точка за t = 3 мин? Колебания не затухают.

Ответ: $T = \pi\left(\sqrt{\frac{m}{\alpha}} + \sqrt{\frac{m}{\beta}}\right) \approx 1{,}27c$; $s \approx \frac{2vt}{\pi} \approx 230м$.

Газовый маятник

(Рязань, школа №63, 2005-2006, 11 кл.)

Труба, заполненная газом, разделена на две равные части поршнем, который может скользить по ней без трения. Масса поршня m и площадь сечения трубы S известны. Поршень сместили на малую величину из положения равновесия, и он стал колебаться. Труба находятся в проточной воде, и можно считать, что температура газа поддерживается постоянной. Начальное давление P_0 и объём газа в одной части трубы V_0 известны.

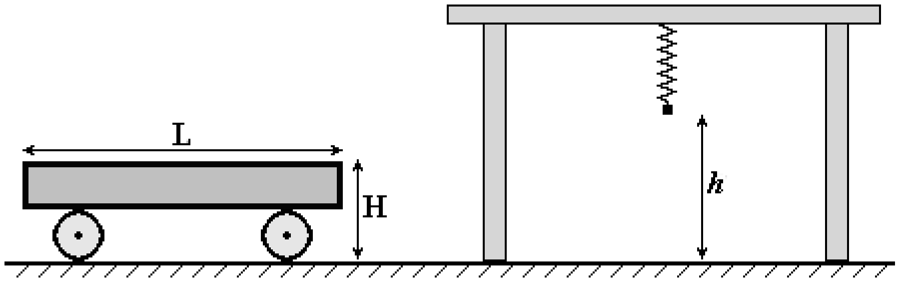


Найдите период колебаний поршня. Учтите, что колебания малые и изменение объёма газа во много раз меньше его начального объёма. Им можно пренебречь там, где это удобно.

Ответ: $T = \frac{\pi}{S}\sqrt{\frac{2mV_0}{P_0}}$

Тележка и пружинный маятник

Тележка высотой H = 30 см и длиной L = 40 см должна проехать под столом. К столу прикрепили пружину жёсткостью k = 50 Н/м. К пружине прицепили маленький груз массой m = 0,4 кг. Нижняя точка груза находилась на высоте *h* = 42 см над полом. Затем груз отпустили.



С какой минимальной скоростью тележка может проехать, не задев груз? Колебания груза считать гармоническими и незатухающими.

Ответ: $\upsilon = \dfrac{L\omega}{\pi - 2\arccos\dfrac{h-H-x_m}{x_m}} = 4{,}3$ м/с, где $x_m = \dfrac{mg}{k} = 8$ см; $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 11{,}2$ рад/с.

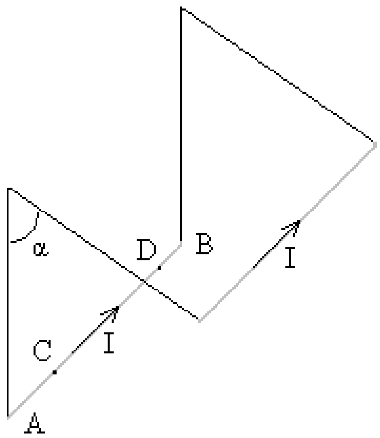
Планета Маленького Принца

Маленький Принц, герой одноимённой философской сказки Антуана де Сент-Экзюпери, жил на микроскопической планете-астероиде диаметра порядка нескольких метров. Он путешествовал на другие подобные планеты, лишь слегка отталкиваясь от своей планеты ногами. Однажды Принц решил полететь на далёкую планету и собрал все свои вещи. С какой минимальной скоростью он должен оторваться от своей планеты, чтобы преодолеть гравитационное взаимодействие с ней? Считать, что планета – однородный шар радиуса R = 1,5 м массы M = 4 т; масса Принца с багажом m = 500 кг; Принц и багаж – материальная точка, стартующая с поверхности планеты. Считать также, что гравитационная постоянная, как и вблизи Земли, равна G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Ответ: $u = \sqrt{\dfrac{2G(m+M)}{R}} = 0{,}63$ мм/с. Принц вряд ли смог бы жить при такой гравитационной постоянной.

Резко и плавно

Металлический стержень AB подвешен на двух проводах в лаборатории, где создано однородное магнитное поле, линии индукции которого вертикальны. В первом опыте на стержень подали напряжение, и в нём резко возник ток I. Максимальный угол, на который подвески стержня отклонились от вертикали, равен α = 60°. Во втором опыте ток через стержень плавно увеличивали до значения I. На какой угол отклонились подвески в этом опыте? Участок CD стержня всегда в магнитном поле, а подвески – вне поля. Определите также, куда направлен вектор магнитной индукции: вверх или вниз.



Ответ: $\beta = arctg\left(\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right) = 30°$; вверх.

Указание: для первого опыта применить теорему об изменении кинетической энергии.

Разные заряды

(Рязань, школа №63, 2004-2005, 11 кл.)

У экспериментатора Глюка есть плоский воздушный конденсатор ёмкостью C = 5 мкФ. Одной пластине конденсатора Глюк сообщил заряд q_1 = 10 мкКл, а другой пластине – заряд q_2 = 30 мкКл. Какое напряжение установилось между пластинами?

Ответ: $U = \frac{|q_1 - q_2|}{2C} = 2B$.

Можно включить в задачу ещё один вопрос: сколько энергии выделится в окружающую среду, если выводы конденсатора соединить? Ответ: $W = \frac{(q_1 - q_2)^2}{8C} = 10^{-5}$ Дж.

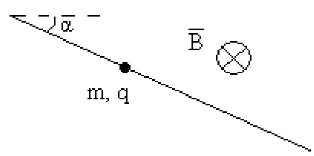
Сопротивление среды (Авторство оказалось неоригинальным; задача была известна до меня)

Свободные электроны внутри металла хаотически движутся. Но если по металлу пустить ток, возникнет ещё и упорядоченное движение. Найдите зависимость средней силы сопротивления среды, действующей на один электрон, от средней скорости упорядоченного движения для алюминия. Удельное сопротивление алюминия $\mu = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, его плотность $\rho = 2700$ кг/м^3, а относительная атомная масса $M_r = 27$. Каждый атом алюминия обладает одним свободным электроном. Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; число Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Ответ: F = αυ, где $\alpha = \frac{e^2 \mu \rho N_A}{M_r \cdot 10^{-3}} = 4{,}3 \cdot 10^{-17}$ кг/с.

Заряженная бусинка

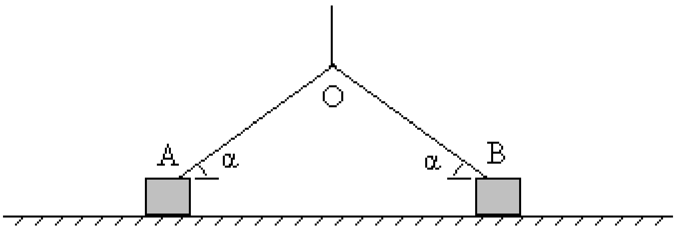
Бусинка, нанизанная на неподвижный стержень, образующий угол α с горизонтом (см. рис), имеет массу m и заряд q. Бусинка может скользить вдоль стержня с коэффициентом трения μ и начинает движение из состояния покоя. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, линии которого горизонтальны (перпендикулярны плоскости рисунка и направлены внутрь рисунка). Какую максимальную скорость и какое максимальное ускорение будет иметь бусинка при движении? Стержень не проводит ток.



Ответ: $\upsilon_{\max} = \begin{cases} \frac{mg}{\mu q B}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha), q > 0 \\ \frac{mg}{\mu q B}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha), q < 0 \end{cases}$; $a_{\max} = \begin{cases} g\sin\alpha, q > 0 \\ g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha), q < 0 \end{cases}$

Одинаковые грузы

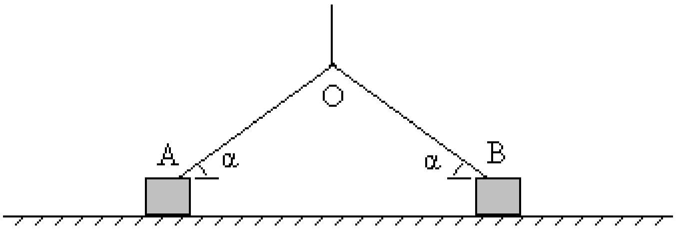
На горизонтальном столе находятся два одинаковых грузика, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, образующей равнобедренный треугольник AOB. Углы при основаниях треугольника равны α. В точке O к этой нити привязана другая нить, которую удерживают вертикально слегка натянутой. С каким минимальным ускорением нужно начать поднимать точку O, чтобы грузы оторвались от стола в момент начала своего движения?



Ответ: $a = g \cdot ctg^2\alpha$.

Одинаковые грузы (усложнённый вариант)

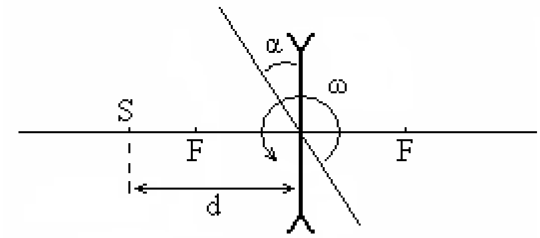
На горизонтальном столе находятся два одинаковых груза, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, образующей равнобедренный треугольник AOB. В точке O к этой нити привязана другая нить, которую тянут вверх, и грузы движутся навстречу друг другу. В момент, когда точка O находится на высоте h над столом, скорости грузов равны V, а углы при основаниях треугольника равны α, грузы отрываются от стола. С каким ускорением движется точка O в этот момент?



Ответ: $a = \left(g - \frac{V^2}{h}\right) ctg^2 \alpha - \frac{V^2}{h}$.

Вращающаяся линза

На главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы установлен точечный источник света на расстоянии d = 20 см от оптического центра. Линзу привели во вращение с угловой скоростью ω = 1 рад/с вокруг оптического центра (см. рис). С какой скоростью двигалось изображение источника в тот момент, когда линза составила угол α = 30° с начальным положением (см. рис)? Фокусное расстояние линзы равно F = -15 см.



Ответ: $u_0 = d\omega \sin\alpha \cos\alpha \left| \left(\frac{F}{d\cos\alpha - F} \right)^2 - \left| \frac{F}{d\cos\alpha - F} \right| \right| = 2{,}2$ см/с.

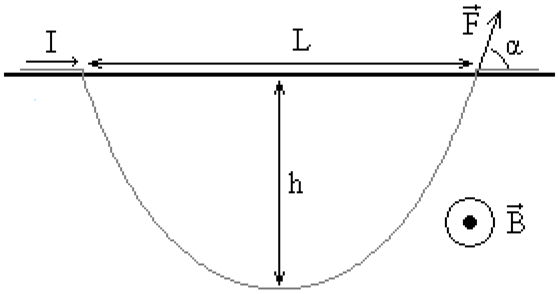
Маяк

Капитан корабля заметил строго на севере береговой маяк и приказал держать курс на него. В этот момент расстояние до берега было равно S = 60 км. Корабль движется относительно воды со скоростью V = 60 км/ч и в каждый момент времени держит курс на маяк. Экипаж не знает о присутствии на море западного течения, скорость которого во всех точках одинакова и равна u = 20 км/ч. За какое время корабль доплывёт до маяка?

Ответ: $t = \frac{VS}{V^2 - u^2} = 67{,}5$ мин.

Подвешенный провод

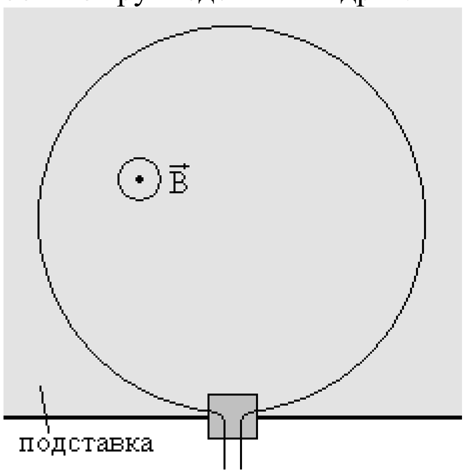
Участок провода массой m подвешен за два конца к горизонтальной поверхности. Участок находится в однородном магнитном поле индукцией B, и по нему течёт ток I. Силы, действующие на провод в точках подвеса, образуют угол α с горизонтом. Найдите силу натяжения провода в его нижней точке. Размеры L и h известны.



Ответ: $T = \dfrac{mg + BIL}{2}\text{ctg}\alpha + BIh$.

Квадрат и круг

На гладкой подставке, помещённой в однородное магнитное поле индукцией B, лежит кольцо радиуса r из лёгкого гибкого провода. По проводу течёт ток I; концы провода зажаты в колодке. Какую работу надо совершить, чтобы из круга сделать квадрат?



Ответ: $A = (\pi - \pi^2/4)BIr^2$. Величина BI – аналог поверхностного натяжения с точностью до знака.

Фазовые переходы

В сосуде находится кипящая вода начальной массой m_0. Кипение поддерживается нагревателем постоянной мощности. Вода испаряется, а часть пара конденсируется на куске льда, расположенном над сосудом, и стекает обратно. Начальная масса льда m, а его начальная температура t_0. Спустя время T весь лёд растаял, а масса воды в сосуде была равна m_1. Какая часть от всего пара конденсировалась на куске льда? Чему равна мощность нагревателя? Доля конденсирующегося пара всё время постоянна. Удельная теплоёмкость воды равна $c_в$, льда $c_л$, удельная теплота плавления льда λ, а удельная теплота парообразования r. Контактным теплообменом воды и льда с окружающей средой пренебречь.

Ответ: $P = (r(m_0-m_1+m) + c_л m\Delta t + \lambda m + 100c_в m)/T$; $\eta = (c_л m\Delta t + \lambda m)/(r(m_0-m_1+m) + c_л m\Delta t + \lambda m)$.